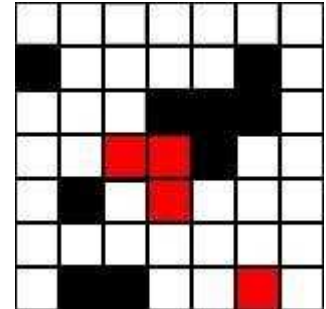


## Automa cellulare

---

Francesca E. Magni, Martina Sammartini  
Liceo Scientifico di Tradate, Varese



---

ABSTRACT: Dopo un'introduzione storica e una panoramica sui campi di applicazione degli Automi Cellulari, si propone una variante al Gioco Vita (Gioco Life) di John Conway in cui la riproduzione avviene per via sessuata..

PAROLE CHIAVE: Informatica, intelligenza artificiale.

Gli Automi Cellulari (AC) furono ideati nel 1948 da John von Neumann (considerato il padre dei moderni calcolatori), con la collaborazione del matematico polacco Stanislaw Ulam, allo scopo di studiare il comportamento dei sistemi biologici. Von Neumann era interessato in particolare al meccanismo di autoriproduzione degli organismi viventi. Nel tentativo di costruire dei sistemi artificiali capaci di riprodurre se stessi, lo scienziato ungherese considerò inizialmente un modello cinematico costituito da particelle e vortici in sospensione, la cui evoluzione era regolata da una serie di equazioni differenziali a derivate parziali, che però non risultarono risolvibili. Nello stesso periodo, nel laboratorio di Los Alamos, Ulam stava studiando modelli di crescita e di evoluzione di figure geometriche in due e tre dimensioni, generate per semplice ricorsione; l'analisi delle proprietà dinamiche di questi modelli indicava una stretta somiglianza fra le forme geometriche ottenute e certi fenomeni fisici reali – come la crescita dei cristalli – e mostrava come da semplici regole potessero emergere configurazioni complesse. Gli studi di Ulam suggerirono a Von Neumann un nuovo modello interamente *discreto*, in cui le variabili fisiche, lo spazio e il tempo erano individuati da un numero *finito* di valori. Questa idea rappresenta la prima teoria sugli automi cellulari, intesi come metodo di calcolo che, in un numero finito di operazioni, è in grado di descrivere l'evoluzione spazio-temporale di sistemi complessi reali.

Poiché Von Neumann era interessato ai principi logici che permettono a un sistema di autoriprodursi e non agli aspetti genetici o fisico-chimici del processo, si concentrò sulle *modalità di interazione* fra entità elementari, che chiamò “automi”, per la semplicità del loro comportamento individuale e “cellulari” perché si autoriproducevano come vere e proprie cellule viventi. Il progetto di Von Neumann era di astrarre la forma logica dell'autoriproduzione, in quanto se fosse riuscito a descriverla con una sequenza finita di passi (come ad esempio un algoritmo), sarebbe dovuta esistere allora una macchina universale di Turing in grado, in linea di principio, di realizzare la sua stessa riproduzione. In questo modo il problema dei fondamenti logici del processo di autoriproduzione veniva ricondotto a un caso particolare di un calcolatore-costruttore universale in cui l'automa descritto “su nastro” è l'automa stesso. Si ricorda che un calcolatore-costruttore universale ha due caratteristiche: può effettuare qualsiasi calcolo, cioè simulare una macchina di Turing, e può ricostruire interamente qualsiasi automa, a partire dalla sua descrizione.

Von Neumann riuscì a ottenere la versione definitiva del suo “costruttore universale” nel 1952.

Gli automi cellulari sono definiti da cinque proprietà fondamentali:

1. Lo **spazio cellulare**, che consiste in un reticolo *discreto* di celle (o siti), che possono essere in una, due o tre dimensioni e di forma quadrata, triangolare, esagonale, cubica o prismatica a seconda dei casi
2. Lo **stato** che una cella assume e che appartiene a un insieme *finito* di possibili valori
3. L'**intorno** di una cella, costituito da un insieme finito di siti limitrofi.
4. Le **regole di evoluzione** (o transizione) che stabiliscono lo stato di ogni singola cella al tempo  $t+1$ , in base alla conoscenza dello stato di una cella e di quello del suo intorno al tempo  $t$ . Il valore di ogni sito evolve in accordo alla stessa regola, che viene applicata *simultaneamente* a tutte le celle.
5. I **passi temporali** di evoluzione, che sono discreti.

Le caratteristiche principali degli automi cellulari sono quindi: la *località* (le regole di transizione dipendono solo dallo stato di una cella e di quelle vicine) la *sincronicità*, (a ogni passo temporale le regole sono applicate simultaneamente a tutte le celle), l'*uniformità* (le regole di evoluzione sono le stesse per tutte le celle), la *discretezza* (lo spazio, il tempo e gli stati delle celle sono discreti e non continui) e la *finitzza* (i possibili valori degli stati di una cella sono finiti e non infiniti).

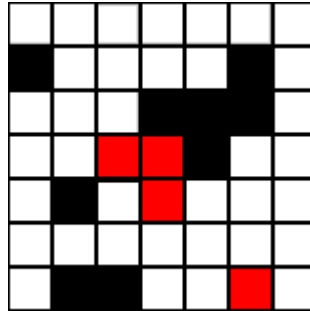


FIGURA 1a: Esempio di spazio cellulare, formato da una griglia bidimensionale a cellette quadrate, a tre stati (nero, rosso e bianco).

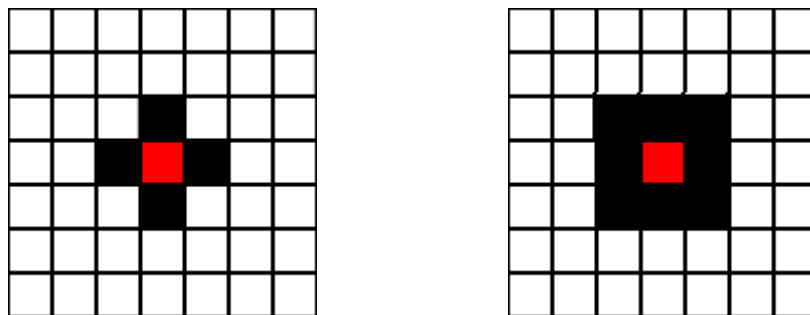


FIGURA 1b: Esempi di intorni di una cella: il primo è detto intorno di Von Neumann e il secondo intorno di Moore (per semplicità si è indicata la cella con il colore rosso invece del nero, però gli intorni comprendono anche la cella stessa)

L'automa di John Von Neumann è bidimensionale e ogni cella può assumere 29 stati differenti. Le regole di evoluzione si basano sull'intorno di von Neumann, costituito dalla cella e dalle quattro adiacenti a essa (si veda al figura 1b). Per simulare quest'automa è però necessario avere uno spazio cellulare di almeno duecentomila celle, un numero troppo elevato per poter essere realizzato concretamente all'epoca in cui fu inventato. Dopo avere elaborato la versione teorica del suo automa, il geniale scienziato non pubblicò però mai i suoi risultati successivi. Ulam invece continuò a lavorare sugli automi cellulari, pubblicando numerosi articoli fino agli anni '60. E Arthur Burks, che aveva lavorato con John von Neumann al progetto di uno dei primi computer (l'EDVAC, Electronic Discrete Variable Automatic Computer), completò e pubblicò il lavoro sugli automi cellulari e con il suo gruppo di ricerca dell'Università del Michigan, contribuì molto alla chiarificazione dell'automa a 29 stati. In seguito, molti ricercatori (come ad esempio, Edgard Codd, E. Banks, per citarne solo alcuni) hanno semplificato l'automa originario: nel 1989 Jacqueline Signorini dell'Università di Parigi ha costruito una macchina parallela che lo ha implementato e nel 1994 il professor Renato Nobili del Dipartimento di Fisica dell'Università di Padova, con Umberto Pesavento, lo ha simulato interamente al computer.

Gli automi cellulari possono essere considerati da almeno quattro punti di vista differenti. Il primo tipo di approccio li vede come puri strumenti computazionali, i cosiddetti *calcolatori paralleli*, in cui l'automa è un array di processori; il secondo li considera come *modelli matematici discreti* di sistemi reali, potenzialmente in competizione con i modelli continui attuali che utilizzano equazioni differenziali; il terzo, come programmi per *elaborare immagini* al calcolatore e il quarto come veri e propri *sistemi dinamici discreti*. Il "Gioco Life" di cui ci occupiamo in questo articolo, appartiene a quest'ultima categoria. Di seguito si riporta un breve sintesi descrittiva delle quattro tipologie.

## 1. Calcolatori paralleli

Gli stati delle celle dello spazio cellulare evolvono, per definizione, in modo sincrono, cioè in parallelo. Per questo motivo risulta molto più veloce un automa cellulare implementato con calcolatori ad architetture parallele che con quelli tradizionali, che adottano procedure sequenziali e che simulano la sincronicità mediante cicli. I calcolatori paralleli infatti sono costituiti da una serie di unità di calcolo (processori) connesse fra loro secondo la stessa geometria del reticolo di un automa cellulare: ciascun processore gestisce solo lo stato associato alla cella che rappresenta e comunica solo con i processori vicini dell'intorno della cella a cui è associato. In questo modo, tutti i processori agiscono simultaneamente e quindi, anche se ciascuno di essi preso singolarmente esegue delle istruzioni estremamente semplici, l'insieme di tutti i processori è in grado di sviluppare una potenza di calcolo enorme, come il lavoro delle api di un alveare. In una macchina AC, perciò la topologia del modello viene riprodotta dal dispositivo stesso che lo simula, al contrario dei computer seriali, in cui lo spazio cellulare non viene necessariamente memorizzato in locazioni di memoria vicine. In altre parole, i calcolatori paralleli realizzano il concetto di automa cellulare come "sistema che calcola sé stesso", un apparato in cui il sistema calcolante è isomorfo a quello calcolato.

Le capacità computazionali degli automi cellulari sono state studiate a fondo e si è visto che alcuni di essi possono essere usati come calcolatori di uso generale e possano forse costituire un paradigma generale per la computazione in parallelo, così come lo sono le macchine di Turing per quella sequenziale. La località e semplicità degli automi cellulari potrebbe permettere una loro implementazione anche a livello molecolare.

La prima macchina/Automa Cellulare (CAM-6, Cellular Automata Machine 6) è stata costruita nel 1981 da Tommaso Toffoli e Norman Margolus al MIT (Massachusetts Institute of Technology) di Cambridge, negli Stati Uniti: è costituita da un reticolo di 256 x 256 celle connesse le une con le altre, ciascuna con 4 bit a disposizione per lo stato, che viene aggiornato 60 volte al secondo.

Successivamente sono stati costruiti anche in Europa altri prototipi simili alla CAM-6, come, ad esempio: nel 1986, il RAP-1 (Réseau Automates Programmables 1) di D. D'Humières e A. Clouqueurs dell'Ecole Normale Supérieure di Parigi; nel 1989, il SIMD (Single Instruction Multiple Data) di Jacqueline Signorini; nel 1990 l'APE-100 realizzato da un gruppo di ricerca (C. Battista, S. Cabasino et al.) dell'INFN di Roma e il CAMEL (Cellular Automata environment for SystEms modeling) di Salvatore Di Gregorio dell'Università della Calabria e di Giandomenico Spezzano e D. Talia del CRAI di Rende (Cosenza).

Queste macchine, pur essendo sostanzialmente dei prototipi, sono però in grado di competere in rapidità di calcolo con i più grossi elaboratori attuali.

## 2. Modelli matematici discreti

Grazie alle loro proprietà, gli automi cellulari sono particolarmente adatti per costituire modelli matematici di sistemi reali complessi, caratterizzati da singoli elementi che interagiscono fra loro localmente. Gérard Y. Vichniac (fondatore, insieme a Edward Fredkin, Tommaso Toffoli e Norman Margolus, dell'Information Mechanics Group al MIT di Cambridge, Stati Uniti) sostiene che gli automi cellulari rappresentano una terza alternativa alla classica dicotomia tra modelli matematici che portano a equazioni differenziali risolubili esattamente (con mezzi analitici), ma che sono molto semplificati e modelli più realistici, ma che possono essere risolti solo approssimativamente (con procedure di analisi numerica al calcolatore). Infatti gli automi cellulari hanno abbastanza potere espressivo per descrivere fenomeni complessi e allo stesso tempo portano a simulazioni esatte, in quanto utilizzano numeri finiti e evitano così il problema di creare errori di troncamento dei numeri reali. In definitiva, possono costituire una terza classe di modelli matematici, oltre alle equazioni differenziali risolubili analiticamente e a quelle risolubili numericamente, che può essere definita come la classe dei "modelli computabili esattamente".

Per apprezzare l'originalità di questo tipo di modellazione, bisogna notare che in questo caso non si cerca di risolvere nessuna equazione differenziale, poiché i modelli ad automa cellulare non intraprendono nessun processo numerico, ma rappresentano delle semplici decisioni logico-spaziali. In altre parole, questa terza classe porta a una simulazione *non numerica* dei fenomeni reali.

Un altro punto da sottolineare è che gli automi cellulari sono un modello teorico essenzialmente *isomorfo* all'apparato concreto computazionale che lo implementa (e cioè il computer digitale, che gestisce un vasto numero di variabili discrete e finite). Se invece si considera l'approccio tradizionale delle equazioni differenziali per determinare l'evoluzione temporale di un sistema dinamico complesso, questo isomorfismo non sussiste più; al contrario, quando si perviene alla simulazione numerica, ci si è allontanati dal sistema fisico che si cerca di rappresentare, di almeno tre livelli, come sostiene Tommaso Toffoli. In primo luogo, infatti, si idealizza il sistema fisico tramite il modello *continuo* delle equazioni differenziali (usualmente costituito da sistemi di molte equazioni non lineari, quindi non risolubili analiticamente); secondo, per poter risolvere numericamente le equazioni, le si *discretizza*, trasformandole in equazioni a differenze finite, in cui lo spazio e il tempo sono discreti e le serie di potenze risultanti sono troncate; infine, per implementare queste equazioni, come terzo passo, si cercano di manipolare le variabili reali con architetture hardware intrinsecamente digitali (i calcolatori). Conviene quindi partire direttamente da un modello con coordinate, variabili e passi temporali discreti, come l'automa cellulare. L'argomentazione proposta da Tommaso Toffoli sovrverte il rapporto classico tra metodi matematici e struttura del calcolatore, che consiste nel considerare quest'ultima sempre funzionale ai primi, e propone invece una logica reciproca, secondo la quale siano le risorse di calcolo disponibili a influenzare i metodi matematici. Naturalmente questo non significa che l'unica matematica da sviluppare sia quella che va di pari passo con i calcolatori: si tratta piuttosto di realizzare un rapporto di cooperazione paritario fra fisica-matematica e struttura degli elaboratori.

Secondo Toffoli infine, non c'è una ragione a priori per la quale gli automi cellulari non possano avere un potere esplicativo pari a quello delle equazioni differenziali, e in alcuni casi anzi essi forniscono delle informazioni che non si possono ricavare dall'approccio di queste ultime.

Gli automi cellulari possiedono generalità sufficiente per costituire semplici modelli per un vasto campo di sistemi fisici, chimici, biologici, inclusi alcuni fra quelli urbani, sociali ed economici. La letteratura pubblicata in proposito è di conseguenza molto numerosa.

Per quanto riguarda i sistemi fisici e chimici, ad esempio, sono state condotte ricerche sul comportamento di materiali ferromagnetici (modello di Ising), sull'evoluzione di stelle e di galassie a spirale, sui sistemi laser, sugli aspetti cinetici delle transizioni di fase, sulle reazioni chimiche non lineari analoghe alla reazione di Beluzov-Zhabotinsky, sui sistemi di fluidodinamica e percolazione in mezzi porosi, sugli spostamenti della lava nei vulcani. Per quanto riguarda i sistemi biologici, sono stati studiati lo sviluppo di strutture nella crescita di organismi, il meccanismo di risposta del sistema immunitario, la fibrillazione cardiaca, la duplicazione del DNA, la regolazione biologica e i meccanismi di trasmissione all'interno del citoscheletro delle cellule, la dinamica molecolare delle strutture di polimeri (in grado di riprodurre fenomeni come il collasso di catene di Dna), la corteccia cerebrale, la persistenza della memoria nel cervello, per fare solo qualche esempio. Gli automi cellulari sono stati utilizzati inoltre come modelli per la descrizione del traffico urbano, dei processi di crescita territoriale ed economica o della diffusione di popolazioni.

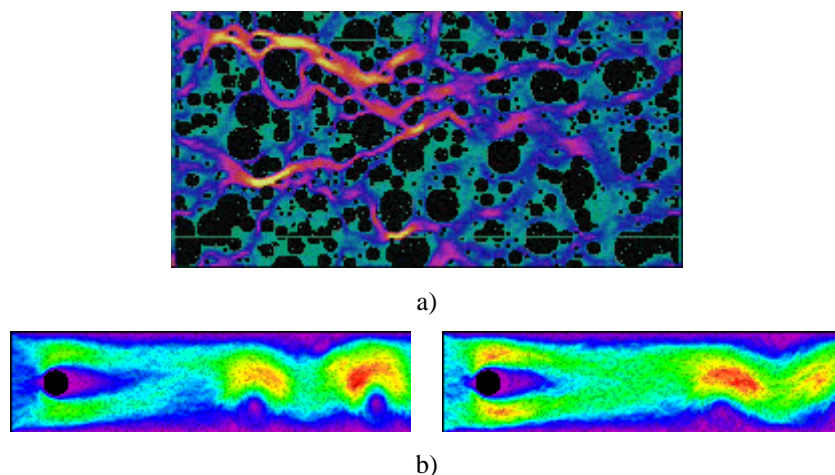


FIGURA 3: simulazioni di fenomeni di percolazione in un mezzo poroso (a) e di fluidodinamica (b) (immagini gentilmente concesse dal prof. G. Cattaneo, Università degli Studi di Milano)

### 3. Elaboratori di immagini

La prima applicazione commerciale degli automi cellulari è quasi sicuramente la Computer Graphics.

Gli automi cellulari infatti possono essere visti come veri e propri programmi per la creazione di video grafici per il computer che si autogenerano ed evolvono assumendo sempre nuove forme, figure e colori. Lo schermo del computer viene suddiviso in tante celle, che possono essere rettangoli oppure punti colorati, e che cambiano il loro colore in base a una determinata regola.

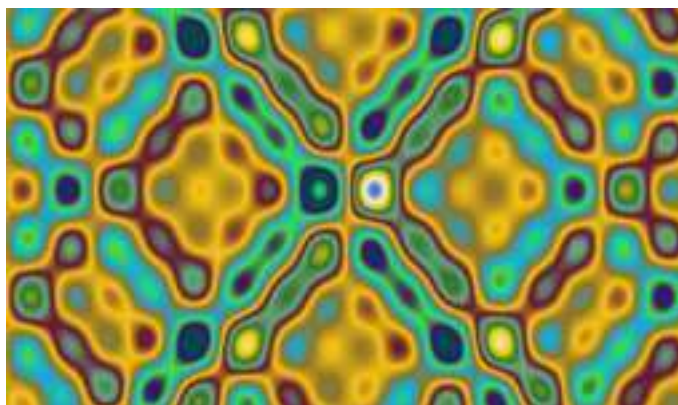


FIGURA 4: immagine generata da un automa cellulare, nell'ambito del progetto CAPOW (Cellular Automata & Electric Power) dell'Università di San Jose <http://www.cs.sjsu.edu/faculty/rucker/capow/>)

Gli automi cellulari costituiscono inoltre degli strumenti informatici innovativi per migliorare l'analisi delle immagini e per la loro compressione.

Dai primi lavori di Von Neumann e Ulam, il centro di interesse si è quindi spostato verso molte e differenti direzioni, che si stanno rinnovando in continuazione: vi sono infatti studi su automi cellulari asincroni, non uniformi, continui (in cui le variabili non sono più numeri interi) o che autoapprendono e vi sono ricerche sui possibili legami di questa disciplina con gli algoritmi genetici, le reti neurali o le stesse equazioni differenziali. Il campo quindi è molto fecondo per ulteriori sviluppi, grazie anche al suo carattere interdisciplinare, che ne favorisce le potenzialità sia in campo teorico sia in quello più applicativo diretto alle industrie. E non mancano infine, automi cellulari che, dopo matematici, fisici, chimici, biologi informatici, geologi, medici, architetti e filosofi, hanno attirato l'attenzione e servono da strumenti informatici per la creatività di musicisti, pittori e artisti contemporanei.

#### 4. Sistemi dinamici

Gli automi cellulari creano un loro universo che, il più delle volte, evolve con comportamenti propri dei sistemi dinamici reali.

Stanislaw Ulam ha parlato di "fisica immaginaria" in analogia alla fisica reale, proprio perché si possono indagare, tramite la simulazione al computer, concetti fisici generali. Un automa cellulare visto come sistema dinamico discreto quindi, non simula nessun sistema fisico o biologico reale, ma ne incorpora piuttosto le idee generali. Il campo di ricerca della simulazione al calcolatore è stato chiamato anche "matematica sperimentale", perché il risultato di una data evoluzione, anche se deterministica, non è predicibile.

L'uso degli automi cellulari come sistemi dinamici comporta quindi una rivalutazione epistemologica della simulazione al calcolatore, in quanto il computer non è utilizzato solo per le sue capacità computazionali (per calcoli di simulazione *numerica* come accade usualmente, per risolvere equazioni differenziali) ma soprattutto viene usato in qualità di *ambiente sperimentale* per fenomeni astratti. C'è una netta distinzione quindi fra l'esecuzione di calcoli numerici e la realizzazione di un esperimento "in machina".

Grazie agli automi cellulari si possono perciò ottenere informazioni su molti aspetti del mondo reale, come la comunicazione, la crescita, la riproduzione, la competizione, l'evoluzione oppure l'emergere di correlazioni su larga scala a partire da interazioni locali.

Alcuni concetti di fisica teorica indagati con gli automi cellulari sono, per fare solo alcuni esempi, l'autoorganizzazione in meccanica statistica, il caos deterministico, la formazione di frattali e la teoria dei sistemi complessi, le transizioni di fase, le leggi di conservazione e la simmetria, l'entropia, il cono di luce e il principio di causalità in relatività.

I due esempi più noti di un automi cellulari visti come sistemi dinamici, sono il gioco Vita di John Conway e l'automa monodimensionale di Stephen Wolfram. Quest'ultimo fu proposto da Wolfram nel 1983 in un articolo, diventato ormai famoso, sulla rivista *Reviews of Modern Physics*. Lo spazio cellulare dell'automa è una semplice sequenza orizzontale di celle poste in fila, il cui stato può assumere i valori "zero" oppure "uno"; le regole di transizione considerano come intorno la cella stessa e le due vicine a destra e a sinistra. Grazie alla geometria "monodimensionale" di questo automa cellulare, si può visualizzare la sua evoluzione temporale in due dimensioni con un semplice artificio: basta disporre una sotto l'altra le configurazioni dei tempi successivi. Si ottiene così un diagramma in cui l'asse orizzontale rappresenta lo spazio cellulare e l'asse verticale - dall'alto verso il basso - il tempo (si veda la figura 5a). Disponendo in questa maniera le generazioni successive dell'automa, compaiono al livello "globale" bidimensionale delle vere e proprie strutture (figura 5b).

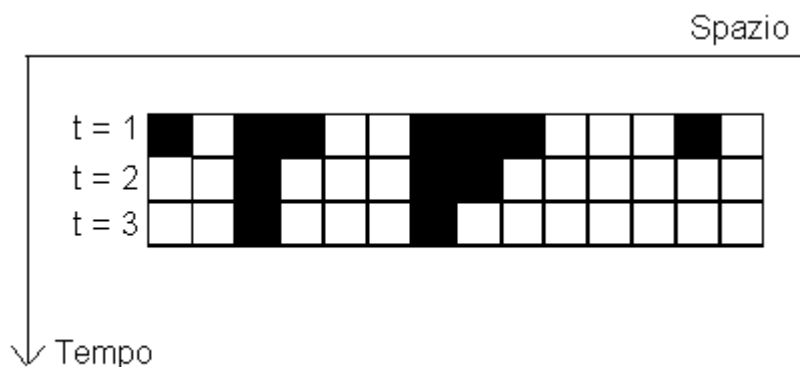


FIGURA 5a: Esempio di evoluzione spazio-temporale dell'automa di Wolfram (le celle con stato uguale a "zero" e uguale a "uno" sono rispettivamente bianche e nere)

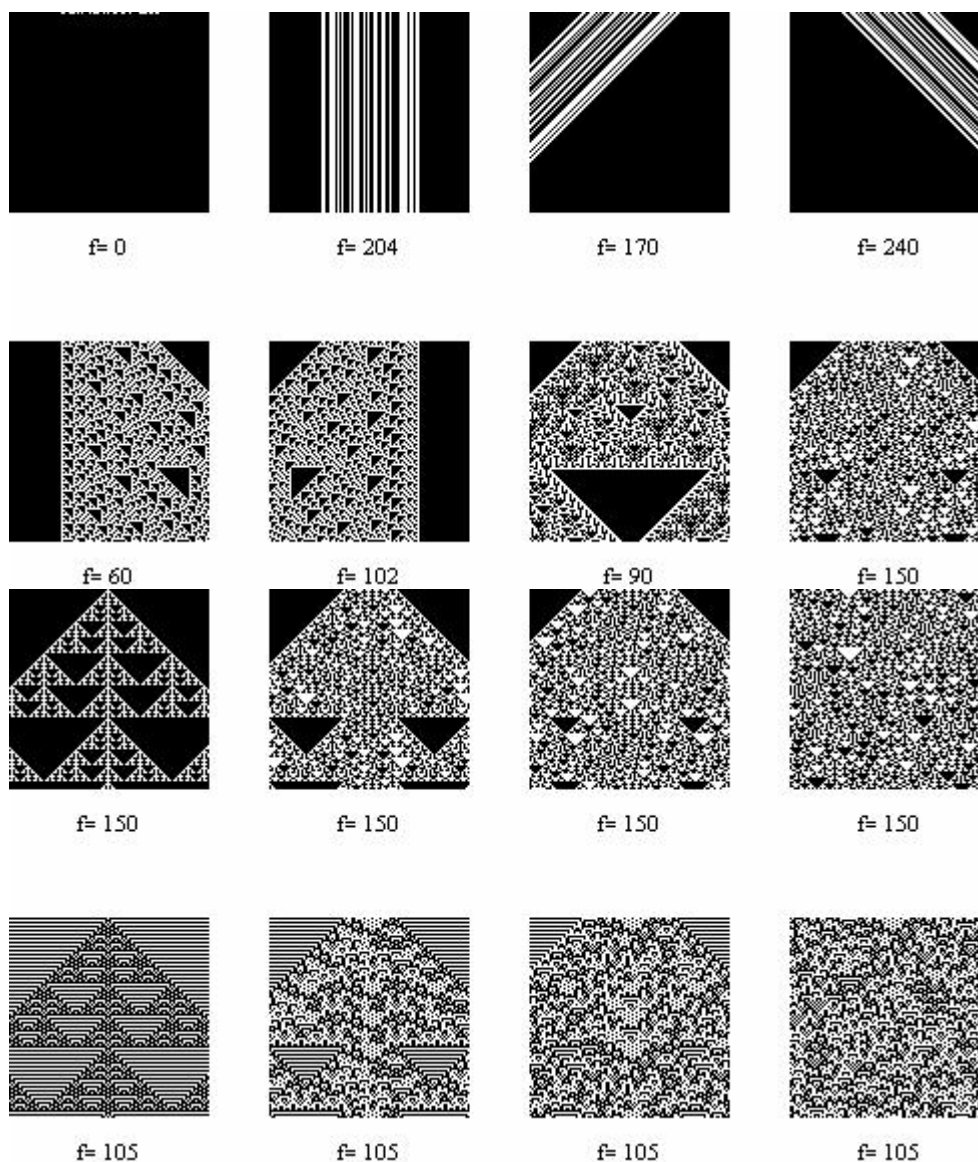


FIGURA 5b: Esempi di strutture che emergono dall'evoluzione temporale dell'automa

Stephen Wolfram sostiene che questo tipo di automa cellulare è utile per studiare l'autoorganizzazione in meccanica statistica. Più precisamente, gli automi cellulari vengono visti come sistemi dinamici dissipativi, con la capacità di evolvere da uno stato casuale di partenza, verso strutture altamente ordinate. A seconda del tipo di regola di transizione, gli automi cellulari di Wolfram sono stati suddivisi in classi diverse. La “teoria degli automi cellulari” intesa come lo studio delle proprietà formali degli automi *monodimensionali* (come, ad esempio, la reversibilità o la sincronicità), compresi i problemi legati alla loro classificazione e alla loro evoluzione, impegna attualmente molti ricercatori.

## 5. Il Gioco Vita di Conway

Nel 1970, *Scientific American* pubblicò un articolo di Martin Gardner che parlava del Gioco Vita, l'automa cellulare ideato dal matematico John Conway. Vi fu un vero e proprio boom sull'argomento, con sfide, premi

messi in palio dallo stesso Conway per risolvere problemi relativi al suo automa cellulare, e perfino la rivista *Time* parlò di questa “mania” in un articolo del 1974.

Il Gioco Vita si svolge su una scacchiera idealmente infinita. Ogni cella del piano può assumere solo due stati: viva (quando è nera) o morta (quando è bianca). Il gioco inizia scegliendo a piacere quali celle sono vive e quali no, creando cioè una configurazione iniziale. Il sistema evolve secondo le seguenti semplici regole, che tengono conto solo dello stato della singola cella e di quello delle otto vicine (intorno di Moore): una cella resta viva al passo successivo se due o tre celle del suo intorno sono vive, mentre una cella morta può tornare alla vita solo se vi sono esattamente tre celle vive nel suo intorno; in tutti gli altri casi le celle vive muoiono e quelle morte restano tali.

Uno degli aspetti interessanti del gioco è la sua imprevedibilità: esso genera un insieme molto vario di configurazioni che si muovono lungo lo spazio, oscillano nel tempo, rimangono costanti o evolvono con comportamenti e interazioni complicati. Alcune configurazioni hanno assunto nomi particolari, come “nave spaziale”, “cannone ad alianti”, “flotte frattali di alianti”, “mietitrice”, “alveare”, “semaforo”, “Gatto del Cheshire” (al sesto passo temporale svanisce, lasciando un sogghigno e al sesto passo lascia la sua impronta!).

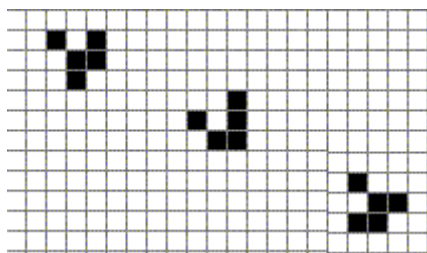


FIGURA 6: esempio di “alianti”

Per quanto riguarda il contributo di chi scrive allo studio del gioco Vita, conviene premettere la seguente osservazione un po’ provocatoria: forse solo due donne potevano notare che nel gioco Vita la nascita segue una regola a dir poco irrealistica! Ci è sorta quindi la necessità di provare a riformulare la regola per la nascita delle cellette introducendo la **riproduzione sessuata**. Abbiamo introdotto perciò tre tipi di cellette: viva-femmina, viva-maschio, morta. Una celletta torna in vita se nel suo intorno sono presenti almeno una femmina e un maschio (la madre e il padre!) e nasce maschio o femmina con una probabilità del 50% (aspetto che può comunque essere modificato a piacere). Le regole di sopravvivenza e di morte restano le stesse.

Nella seguente figura è riportato un esempio di simulazione in cui le cellette rosa sono le femmine, quelle azzurre i maschi e le blu quelle morte/vuote.

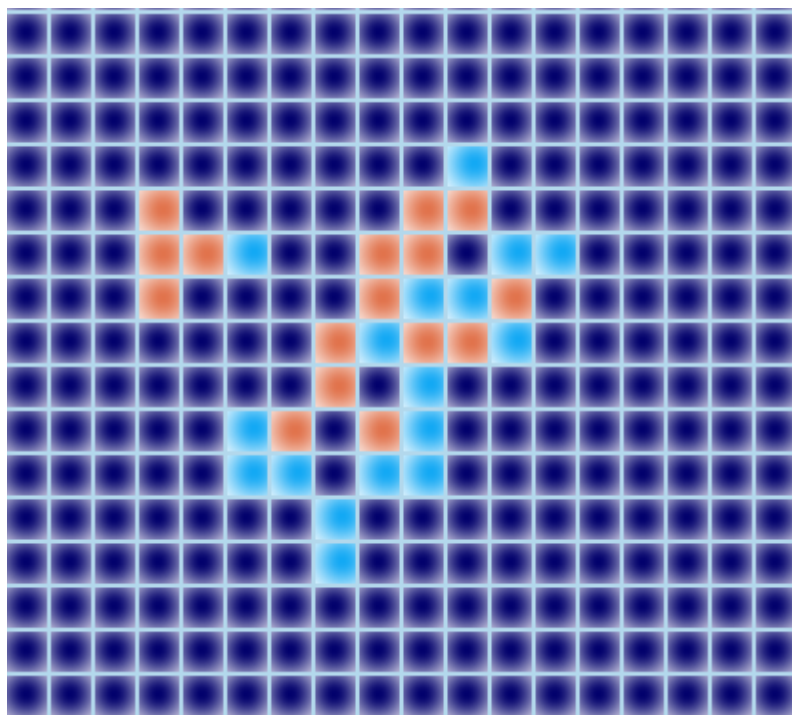


FIGURA 7

L'analisi comparata fra questo nuovo tipo di Gioco Vita e la versione originaria di Conway permette di indagare “*in machina*” se – dal punto di vista evolutivo – sia vincente la riproduzione sessuata oppure quella asessuata, sotto le stesse condizioni ambientali.

Inoltre nella nostra versione del Gioco Vita si introduce volontariamente il fattore “caso” per quanto riguarda la scelta del sesso del nascituro e si rende così il gioco più simile alla vita reale (basti pensare alla casualità con cui i cromosomi si mischiano nel crossing over durante la meiosi). Di conseguenza l'evoluzione dell'automa diventa più complessa e imprevedibile, tanto che a partire da una stessa conformazione gli automi si possono evolvere in modi completamente differenti.

Le prospettive di ricerca sono feconde (è il caso di dire!) e al momento abbiamo individuato alcune strutture stabili (si veda la figura 8a) e, nonostante l'elemento casuale del sesso del nascituro, oscillanti, come ad esempio le seguenti “girandole” (figura 8b):

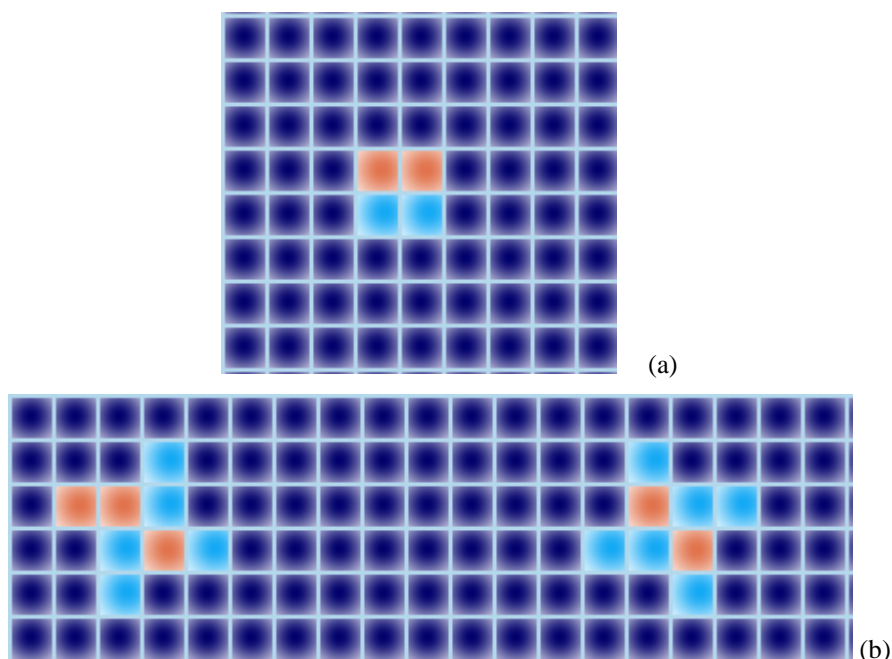


FIGURA 8

### Bibliografia

- [1] W. Burks *Essays on Cellular Automata* edito da A. W. Burks (University of Illinois, Urbana), 1970
- [2] Martin Gardner *Giochi Matematici* Le Scienze n. 33 e n. 35, 1971
- [3] *Cellular Automata* Proceedings of an Interdisciplinary Workshop, Los Alamos, New Mexico, USA, edito da D. Farmer, T. Toffoli, S. Wolfram, North-Holland Physics Publishing, 1984 (ristampato su *Physica* 10D,1984)
- [4] S. Succi *Automati Cellulari: una nuova frontiera del calcolo scientifico* Collana Informatica Domani, Franco Angeli, 1991
- [5] *Cellular Automata: Research Towards Industry* ACRI'98, Proceedings of the Third Conference on Cellular Automata and Industry, Trieste, edito da S. Bandini, R. Serra e F. Suggi Liverani, Springer – Verlag, 1998
- [6] S. Wolfram *A new kind of science*, Wolfram Media Inc., 2002

### Sitografia

- <http://www.santafe.edu/~evca/> (Cellular Automata, Santa Fe Institute)
- <http://uncomp.uwe.ac.uk/genaro/otherSites.html> (Cellular Automata Repository)
- <http://www.fislab.disco.unimib.it/doku.php/> (FisLab Home Page, prof. Gianpiero Cattaneo, Università di Milano)
- <http://alpha01.dm.unito.it/personalpages/cerruti/Az1/automi.html> (AC, prof. Umberto Cerruti, Università di Torino)