

La matematica dello sci alpino

Alice Cherini
Studente
E-mail: alice.cherini@iol.it



ABSTRACT: Il connubio matematica e sci può sembrare contrastante, in realtà lo sci alpino nasconde molta matematica: nel gesto atletico, negli attrezzi e nelle traiettorie.

In tutti gli sport si cerca sempre di migliorare e di battere nuovi record, effettivamente anno dopo anno in molte discipline c'è un incremento delle performance sportive. La crescita delle prestazioni è dovuta sicuramente a un miglioramento delle condizioni di vita ma anche allo sviluppo della tecnica, dei materiali e all'ottimizzazione dell'allenamento. L'evoluzione dello sci, soprattutto negli ultimi anni, si deve principalmente all'applicazione della matematica a questa disciplina.

PAROLE CHIAVE: Matematica, fisica matematica, modelli.

Nascita e sviluppo dello sci alpino

Le prime testimonianze lasciate dall'uomo sull'uso degli sci sono state trovate nel Nord Europa e risalgono a circa 5000 anni fa. Inizialmente gli sci erano dei pezzi di legno lavorati e servivano come mezzo di locomozione in quanto adatti a scivolare sulla neve che ricopriva per molti mesi i territori nordici.

Nel diciannovesimo secolo i norvegesi furono i primi a usare lo sci oltre che come mezzo per spostarsi con più agilità anche per divertimento, facendolo diventare una disciplina sportiva. Dopo la metà dell'800 lo sci si diffuse anche nel resto d'Europa grazie al norvegese Nansen che portò lo sci oltre i confini nordici con la traversata della Groelandia. L'impresa fu narrata nel libro *Con gli sci attraverso la Groelandia* del 1890 che ben presto divenne un vero e proprio best-seller di quel tempo. All'epoca gli sci erano fatti di quercia e betulla, erano lunghi più di due metri e gli attacchi che legavano gli scarponi agli sci, erano staffe in cuoio.

Nel '900 lo sci si diffuse anche in Austria, Svizzera, Francia, Germania e Italia e in ogni paese miglioravano i materiali e si sviluppavano nuove tecniche. Gli sci diventavano più corti e più facili da girare. Inoltre si iniziò a usare il metallo per fare gli attacchi in modo che i piedi fossero ben fissi allo sci evitando scivolamenti e questo aiutava a girare con maggiore agilità. Da allora grazie ai progressi della ricerca e della tecnologia lo sci ha continuato a evolversi sempre di più negli anni. Il miglioramento dei materiali e dell'equipaggiamento ha portato inevitabilmente a dei cambiamenti sostanziali nella sciata. Dagli sci in legno, rigidi e pesanti, si è passati a uno sci con una struttura a strati di materiali diversi: legno, fibra di vetro e alluminio. Questa è la così detta struttura a sandwich che permette allo sci di essere più leggero e flessibile ma nello stesso tempo rigido in torsione, garantendo una buona tenuta in curva senza sbandamenti.

Negli ultimissimi anni gli sci hanno anche cambiato forma: fino alla fine degli anni '80 erano dritti, mentre adesso si usano i "carve" o "carving" cioè sci larghi in testa e in coda e stretti al centro. Questa nuova forma permette di deformare gli sci in poco tempo e di farli girare senza troppi sforzi soprattutto grazie alla loro maggior flessibilità a livello dell'attacco.

Agli inizi del ventesimo secolo l'evoluzione dello sci si deve all'intuizione di artigiani appassionati; con il passare degli anni la ricerca di nuovi materiali è diventata sempre più un lavoro per ingegneri altamente qualificati. Alla base di questo lavoro ingegneristico ci sono l'esperienza, l'osservazione e gli esperimenti sul campo, ma queste non bastano. Per fare il salto di qualità occorre fare degli studi matematici e fisici sullo sciatore e sui materiali. La matematica offre gli strumenti per creare dei modelli che schematizzano la realtà: questi strumenti sono formule e funzioni. Il modello matematico aiuta a comprendere meglio ciò che accade e studiando il modello si ricavano informazioni importanti su come evolve un sistema: quindi si può "prevedere" quello che accadrà e questo ci dà la possibilità di intervenire direttamente sulla realtà.

In molti sport esistono vere e proprie équipes di scienziati che studiano in laboratorio il gesto sportivo e i materiali in modo da ottimizzare tecnica e allenamento. Nello sci alpino ad esempio viene ottimizzata la posizione aerodinamica nella galleria del vento, la stessa usata per i prototipi delle Formula 1.

La fisica matematica dello sci alpino

Prima di elaborare un modello bisogna aver ben chiaro qual è il sistema da considerare: quali sono gli elementi in gioco e le leggi fisiche che li regolano.

Nel nostro caso dobbiamo analizzare le forze che agiscono sullo sciatore mentre scende lungo una pista e quindi il sistema da studiare è quello sciatore/pendio.

Iniziamo dalla gravità che è quella forza che ci tira verso il basso e quindi senza di essa non sarebbe possibile sciare. Infatti qualsiasi corpo messo su un piano inclinato scivola lungo la linea della massima pendenza per effetto della forza peso che è data dal prodotto della sua massa per l'accelerazione gravitazionale.

La forza peso può essere scomposta in due componenti, quella parallela al piano che fa scivolare il corpo lungo il pendio e quella perpendicolare al piano che spinge il corpo verso il terreno. Queste sono legate alla pendenza del terreno: più ripido è un pendio e più prevale la componente che fa scivolare il corpo verso il basso, viceversa su terreni pianeggianti predomina la componente perpendicolare. La traduzione è che su pendii scoscesi si scende verso valle molto velocemente mentre sul piano si resta fermi.

Ci sono altre forze da considerare oltre alla forza di gravità: la reazione vincolare del terreno e gli attriti. La reazione vincolare è uguale e contraria alla forza che ci spinge verso il terreno e ci permette essenzialmente di non sprofondare e di curvare.

L'attrito invece è una forza opposta al movimento ed è esercitata da due corpi in contatto: questa forza fa rallentare lo sciatore ed è di fondamentale importanza perché permette di tenere il controllo sugli sci.

Gli attriti sono dovuti alla resistenza dell'aria e al contatto degli sci con la neve.

La resistenza dell'aria è l'attrito esercitato dal corpo a contatto con l'aria e dipende dalla forma del corpo, dal materiale di cui è rivestito e dalla velocità con cui scende. Una posizione raccolta risulta essere una forma più aerodinamica di quella eretta e un tessuto ruvido fa più attrito con l'aria di uno liscio. Quando si va piano l'attrito dell'aria è quasi impercettibile, mentre ad alte velocità è una forza da gestire. Infatti la resistenza è proporzionale al quadrato della velocità, il che significa che più veloce è lo sciatore e maggiore sarà la resistenza dell'aria. Ad esempio in una disciplina come il chilometro lanciato, dove degli atleti professionisti si lanciano dritti lungo una pista raggiungendo velocità molto elevate vicine a quelle della caduta libera, il cambiamento repentino da una posizione aerodinamica a una eretta provoca forti decelerazioni che, se non gestite correttamente, portano a situazioni di disequilibrio cioè alla caduta.

L'attrito degli sci invece dipende dal peso esercitato sul terreno e dal contatto degli sci con la neve. Il peso viene distribuito lungo la superficie degli sci, quindi uno sci lungo risulta essere più veloce sul dritto di uno sci corto poiché il peso dello sciatore incide meno sul terreno. Infatti nelle discipline veloci dove si fanno meno curve si usano gli sci lunghi. La "regola" è: più veloce è una disciplina e più lunghi sono gli sci da usare. Per esempio nello slalom speciale, disciplina in cui si fanno curve strette, si usano sci corti (fino a 1,55 metri per le donne) mentre per la discesa libera si usano sci più lunghi (2,10 metri). Per minimizzare l'attrito da contatto sci-neve si usano le scioline che sono delle cere da applicare sulla soletta degli sci. Queste cere hanno proprietà chimiche diverse, studiate in base alle caratteristiche della neve quali umidità e temperatura. La scelta della sciolina è importante poiché può rendere gli sci più o meno scorrevoli. Ad esempio una sciolina per nevi calde ($0^{\circ}/-4^{\circ}$) non sarà efficace su una neve fredda ($-15^{\circ}/-20^{\circ}$) e viceversa. Nelle competizioni di discesa libera di alto livello sono gli ski-men, cioè gli addetti alla preparazione dei materiali, a scegliere il tipo di sciolina e per questo hanno un ruolo importante, quasi quanto quello dell'atleta.

Il modo più semplice per diminuire le forze di attrito è quello di tenere il più possibile gli sci sulla linea della massima pendenza. Quando questo non può accadere, perché prima o poi si deve girare, lo sciatore esperto

cerca di curvare sbandando il meno possibile. In questo modo infatti minimizza la quantità di neve a contatto con gli sci, riuscendo a essere più scorrevole.

Nelle gare chi riesce a vincere meglio l'attrito con l'aria e con la neve è quello più veloce, per questo gli atleti quando gareggiano indossano tute attillate in lycra e usano scioline fluorate. Chi invece preferisce andare piano dovrà cercare di fare il più attrito possibile con la neve mettendo gli sci perpendicolari alla discesa.

Per completare il discorso occorre parlare anche di energia. Un corpo messo in un campo di forze conservative possiede un'energia detta potenziale che dipende dalla posizione del corpo stesso all'interno del campo. Uno sciatore è un corpo in un campo gravitazionale poiché soggetto alla forza di gravità e per questo egli possiede energia potenziale gravitazionale. Questa energia rappresenta il lavoro compiuto dalla gravità quando sposta un corpo dall'alto verso il basso. Inoltre qualsiasi corpo acquista energia in conseguenza di un movimento. Questa è l'energia cinetica che corrisponde al lavoro necessario per portare un corpo da una data velocità a una velocità superiore. In teoria quando uno sciatore scende lungo un pendio perde energia potenziale gravitazionale convertendola in energia cinetica. Quando risale con gli impianti o a scaletta accresce l'energia potenziale. In linea di principio più energia potenziale accumula uno sciatore più veloce questo potrà andare, poiché l'energia cinetica è proporzionale al quadrato della velocità dello sciatore.

Nella realtà però la conversione non è diretta: bisogna fare i conti con gli attriti che, rallentando il corpo, "mangiano" energia cinetica.

Quando lo sciatore effettua una curva entrano in gioco, oltre alla gravità e agli attriti, altre forze. Il sistema sciatore-che-curva /pendio può essere studiato da due punti di vista: quello dell'osservatore (sistema inerziale) e quello dello sciatore (sistema non inerziale).

Un sistema è inerziale se per esso vale la prima legge della dinamica ovvero un corpo permane nel suo stato di moto imperturbato (stato di quiete o di moto rettilineo uniforme), se non è sottoposto a forze esterne. Un sistema è non-inerziale se non beneficia di tale legge.

In entrambi i sistemi si può supporre per semplicità che lo sciatore compia un moto circolare, approssimando l'arco di curva con una circonferenza. Si ha che velocità e accelerazione variano in funzione del cambiamento di direzione del moto.

Nel sistema inerziale la forza motrice oltre alla gravità è quella centripeta. La forza centripeta permette allo sciatore di percorrere una traiettoria circolare e può essere fornita in presenza di un vincolo, che nel nostro caso sono le lamine degli sci. Se questa forza si annulla lo sciatore prosegue per la tangente, cioè va dritto nella direzione in cui stava andando. Lo sciatore quando mette gli sci di spigolo crea il vincolo necessario per curvare; quando invece mette gli sci piatti rispetto al terreno toglie il vincolo, in questo modo annulla la forza centripeta e prosegue dritto.

Nel sistema non inerziale invece c'è la forza centrifuga che è uguale e opposta alla forza centripeta. La forza centrifuga dipende dal quadrato della velocità e dal raggio di curva. Questa forza tende a far andare dritto lo sciatore che per contro-bilanciare la forza centrifuga si inclina verso l'interno della curva. In questo modo, come nel sistema inerziale, lo sciatore crea un vincolo con il terreno attraverso le lamine degli sci: il vincolo gli permette di opporsi alla forza centrifuga e quindi di curvare.

C'è da dire però che lo sciatore riesce a creare un vincolo con la neve non solo mettendo gli sci di spigolo ma anche grazie alla reazione vincolare del terreno e alla conformazione geometrica degli sci. Infatti gli sci

giocano un ruolo fondamentale sulla resa della curva. Per questo esistono squadre di ingegneri che studiano continuamente nuove forme e materiali per rendere gli sci sempre più veloci e facili da girare.

Sci carve

Oggi si usano gli sci carve che sono a forma di clessidra cioè larghi in testa e coda e stretti al centro. La forma a clessidra fa sì che gli sci siano flessibili nella zona dove sono più stretti risultando facili da girare. Il nome carve è inglese e significa “incidere”: infatti lo sciatore quando gira fa incidere le lamine degli sci nella neve riuscendo a fare una traiettoria curvilinea senza sbandare, cioè in conduzione.

La traiettoria può essere pensata per semplicità come l’arco di una circonferenza e può avere differenti raggi di curva: il raggio di curva dipende, oltre che dalla bravura dello sciatore, dalla misura degli sci. La misura dello sci carve non considera solo l’altezza ma anche la sciancratura cioè la misura della differenza fra la larghezza dello sci alle estremità e al centro. A parità di altezza uno sci più sciancrato permetterà di fare traiettorie con un raggio di curva più corto rispetto a uno sci più dritto ovvero meno sciancrato.

Gli sci dritti, che si usavano negli anni ottanta, erano molto rigidi e difficili da girare. Per riuscire a fare delle curve controllando la velocità lo sciatore doveva sterzare gli sci con una buona coordinazione di movimenti e una notevole abilità; inoltre la curva risultava una sbandata con una traiettoria molto lunga.

Con i nuovi attrezzi lo sciatore per girare deve semplicemente ruotare le caviglie nella direzione in cui vuole andare: in questo modo mette di spigolo gli sci, che si deformano come un arco per effetto del peso dello sciatore stesso, così la curva risulta stretta e condotta senza scivolamenti laterali.

Gli sci carve danno la possibilità a tutti, anche agli sciatori meno esperti, di destreggiarsi senza troppa difficoltà sui pendii innevati.

Le traiettorie

Nel mondo delle competizioni gli sci carve hanno rivoluzionato non solo la tecnica ma anche i tracciati di gara. Infatti grazie a questi attrezzi gli atleti sono in grado di fare curve in conduzione con sempre maggior precisione e in minor tempo.

Lo studio della traiettoria più breve e veloce, oltre a essere una capacità che l’atleta acquisisce con l’esperienza, è anche una questione matematica. Galilei fu il primo a interrogarsi su quale fosse la via di percorrenza più breve tra due punti nello spazio non allineati rispetto alla retta verticale. In matematica questo è un problema di minimo. La soluzione per questo problema non è il segmento rettilineo che collega i due punti ma una curva. I primi a trovare la curva che risolveva il problema furono i fratelli Bernoulli: la traiettoria che consente la discesa più rapida, per effetto della gravità e in assenza di attrito, fra due punti fissati è l’arco di una cicloide. La cicloide è la linea descritta da un punto fisso su una circonferenza che rotola senza strisciare lungo una retta. Per questa sua caratteristica la cicloide è detta anche brachistocrona, parola che viene dal greco e che significa “dal tempo più breve”. Questa è una curva piana che sta esattamente sul piano verticale passante per i due punti fissati.

Lo sciatore che scende lungo uno slalom cerca di risolvere curva dopo curva un problema simile a questo. Lo slalom infatti è un tracciato dove i punti di riferimento sono dei pali su un pendio, discostati dalla linea verticale, quindi si possono pensare come dei punti nello spazio non allineati rispetto la retta verticale. Però

l'atleta non è libero di muoversi nello spazio: è vincolato a stare su un pendio irregolare e inoltre deve fare i conti con gli attriti. Quindi lo sciatore tra un palo e l'altro non può cercare di fare esattamente una brachistocrona. Questo problema ha due condizioni in più rispetto a quello risolto dai Bernoulli: la prima è che la curva deve stare su un piano inclinato e irregolare, la seconda è l' attrito. In questo caso la curva ideale non può essere piana: pensando il terreno come unione di più piani, la soluzione sarà una curva composta da tanti archi di cicloide collegati fra loro. Allora l'atleta, per riuscire a curvare nel minor tempo possibile, dovrà cercare di compiere una traiettoria che approssimi al meglio tale curva: lo sciatore dovrà, a inizio curva, puntare gli sci verso la massima pendenza in modo da incrementare molto rapidamente la velocità iniziale, così è in grado di raggiungere una velocità media più alta e rispetto a uno che va subito in diagonale.

L'analisi matematica e la geometria danno la possibilità di comprendere meglio le traiettorie dello sciatore e quindi anche la tecnica. Questo è un vantaggio non solo per l'atleta, che cercherà di sfruttare al meglio i risultati matematici per vincere, ma anche per le aziende che sono in grado di fabbricare degli sci sempre più vicini alle necessità dello sciatore.

Sitografia

- [1] <http://skiinghistory.org/history.html>
- [2] http://www.psia.org/psia_2002/education/TPSArticles/coaching/tpsfall96cycloids.asp
- [3] <http://www.f-edu.fukui-u.ac.jp/~shimizu/english.html>
- [4] <http://www.discover.com/issues/feb-04/departments/physics-of-skiing/>
- [5] <http://www.math.utah.edu/~eyre/rsbfaq/physics.html>
- [6] <http://www.fisi.org/>
- [7] <http://www.minimazione.it/upload/pdf/ita/slalom.pdf>
- [8] <http://www.fis-ski.com/>