

## Breve storia della logica

*Marco Pivetta*

La logica nasce come disciplina che studia i principi e le regole del ragionamento, ne valuta la correttezza e ne formalizza l'uso. Fin dall'antichità la logica è stata molto studiata: nella Grecia classica il più famoso e importante pensatore che si è dedicato alla logica fu Aristotele (384 ac-322 ac).

Le regole di inferenza logica, cioè le regole per cui date alcune premesse è possibile raggiungere una conclusione, sono considerate evidenti di per sé, sono considerate valide e sono presenti naturalmente nel nostro modo di ragionare. Per i Greci la logica aveva grande importanza perché stava alla base della retorica. Di conseguenza la studiavano soprattutto dal punto di vista linguistico, valutandone il corretto utilizzo nell'ambito del linguaggio naturale. Questo approccio rimarrà per lungo tempo quello più seguito e adottato.

Ponendo l'accento sulla retorica, uno degli aspetti più interessanti è dato dai cosiddetti paradossi logici (o antinomie), frasi dotate di significato se considerate dal punto di vista esclusivamente linguistico, ma che dal punto di vista logico risultano contraddittorie. Paradosso è una parola di origine greca ("para" + "doxa") e significa "contro l'opinione comune", mentre il termine più preciso per queste frasi intrinsecamente contraddittorie è antinomia ("anti" + "nomos") che significa "contro la legge". Generalmente però in questo campo i due termini si usano in maniera equivalente. I primi esempi di paradossi vengono proprio dalla Grecia antica, ma anche nella storia successiva logici e filosofi hanno fornito numerosi esempi.

I paradossi hanno sempre attirato un grande interesse da parte degli studiosi di logica e la loro esistenza è stata importantissima anche per la storia della matematica.

In tempi pressoché contemporanei ad Aristotele, la logica esce dal contesto della retorica e inizia a essere utilizzata in maniera rigorosa anche in matematica, in particolare in geometria, con Euclide (365 AC - 300 AC), il quale, nei suoi "Elementi", espone e tratta in maniera rigorosa la geometria piana, partendo da postulati geometrici, che lui considera evidenti e giustificati dalla realtà sensibile, e da assiomi (che chiama "nozioni comuni"), che sono regole considerate evidenti e basate sul ragionamento logico. A partire dai postulati, Euclide dimostra i teoremi utilizzando le regole di inferenza logica, fornendo un grande esempio d'uso della logica in matematica. Anche in questo Euclide è stato un modello per molti matematici nei secoli successivi.

Successivamente, a partire dal XVII secolo gli studi sulla logica iniziano a indirizzarsi decisamente verso la nascita della "logica matematica", allontanandosi da quella che possiamo definire "logica filosofica" che fino a quel momento era stata la più studiata. I ragionamenti logici vengono formalizzati in modo da poter essere

"calcolati", utilizzando un linguaggio formale, che permetta un perfetto controllo delle dimostrazioni. Così tra la fine del XIX e l'inizio del XX secolo la logica diventa lo strumento per lo sviluppo rigoroso e formale della matematica.

Inoltre il rapporto sempre più stretto tra logica e matematica produce risultati inaspettati: viene compresa la differenza tra verità e validità logica. Per secoli i matematici hanno pensato che le teorie matematiche e in particolare la geometria rappresentassero verità assolute e che fosse loro compito scoprirle. La nascita delle geometrie non-euclidee (a cui i matematici giungono nell'Ottocento dopo secoli di studi sul V postulato euclideo) fa comprendere che la scelta degli assiomi può essere del tutto arbitraria (purché non portino a contraddizioni) e che ciò che si deriva da essi è da considerarsi "logicamente valido" e non più "vero" in senso assoluto. Ciò che gli assiomi predicano può essere contrario a ciò che suggerisce l'esperienza, ma ciò che è possibile dimostrare a partire da essi risulta in ogni caso logicamente valido, per cui non esiste più una teoria "vera", che costringa le altre a essere "false". Di conseguenza è possibile creare diverse teorie non equivalenti ma tutte ugualmente coerenti, e allora il problema principale della logica, cambia natura e consiste nello sviluppare una teoria assicurandone la coerenza. Per coerenza (consistenza) si intende il fatto che all'interno di tale teoria non è possibile dimostrare un teorema e la sua negazione.

All'inizio del ventesimo secolo la logica viene usata per dare fondamento alla teoria intuitiva degli insiemi da Georg Cantor e Gottlob Frege. Proprio da questa prima formalizzazione (detta "ingenua") nascono i primi problemi paradossali riguardanti logica e matematica: proprio mentre Frege si accingeva a pubblicare i suoi risultati il matematico e filosofo Bertrand Russell (1872-1970) enuncia quello che è universalmente noto come paradosso di Russell, che mina le basi della teoria di Cantor-Frege. Quest'ultima deve essere abbandonata e più tardi viene sostituita dalla teoria assiomatica degli insiemi, introdotta da Zermelo e perfezionata da Fraenkel.

Oggi la logica è lo strumento privilegiato per lo sviluppo della matematica, perché permette di procedere attraverso regole ben precise che assicurano la correttezza delle dimostrazioni.

C'è da dire, infine, che la logica, oltre a tutti i suoi utilizzi linguistici e matematici, presenta anche un aspetto "ludico". Utilizzando la logica è possibile dare vita ad un numero elevatissimo di indovinelli e giochi che, stuzzicando la mente, rendono questa disciplina più facilmente avvicinabile da tutti. E, forse, anche più divertente.

## Sitografia

Forma-mentis: il luogo più saggio dove mettere il mouse

Recensione: <http://ulisse.sissa.it/biblioteca/recensione/2006/Ubib060412r001>

Some paradoxes

Recensione: <http://ulisse.sissa.it/biblioteca/recensione/2006/Ubib060412r002>

Mariano Tomatis sul Web

Recensione: <http://ulisse.sissa.it/biblioteca/recensione/2006/Ubib060412r003>

Homepage di Piergiorgio Odifreddi

Recensione: <http://ulisse.sissa.it/biblioteca/recensione/2006/Ubib060412r004>

Il primo libro degli Elementi di Euclide

Recensione: <http://ulisse.sissa.it/biblioteca/recensione/2006/Ubib060412r005>

The mathematics of Set Theory

Recensione: <http://ulisse.sissa.it/biblioteca/recensione/2006/Ubib060412r006>

Matematica e Logica

Recensione: <http://ulisse.sissa.it/biblioteca/recensione/2006/Ubib060412r007>

Campus' enigma

Recensione: <http://ulisse.sissa.it/biblioteca/recensione/2006/Ubib060412r008>