

L'irragionevole efficacia della matematica e l'efficace irragionevolezza del computer

Giuseppe O.Longo
Università di Trieste

1.1 Introduzione

Su quella che il fisico Eugene Wigner ha chiamato "l'irragionevole efficacia della matematica" nel fornire modelli della realtà fisica molto è stato scritto. I tentativi di spiegazione di questo singolare fenomeno si fanno più o meno tutti alla comune radice di fisica e matematica: poiché l'uomo fa parte della realtà naturale, le creazioni della sua mente sono congruenti con essa. Che poi la matematica sia un'invenzione dell'uomo oppure una scoperta, cioè riguardi oggetti dotati di un'esistenza indipendente, non modifica di molto le cose: anche nel primo caso infatti il cervello creatore è comunque un prodotto dell'evoluzione naturale.

Più recente, e meno esplorato, è il problema del rapporto tra matematica e calcolatore, rapporto di grandissima importanza: non solo il calcolatore ha ampliato il territorio della matematica, consentendo l'invenzione (o la scoperta) di alcune branche inedite, ma ha anche prodotto un'interessante tensione nella nozione classica di *dimostrazione*. Secondo alcuni, il concetto di dimostrazione è alle soglie di un rivolgimento, che potrebbe preludere a un'attenuazione del suo rigore e quindi a un ampliamento della nozione. Ma non si esauriscono qui le novità portate dal calcolatore, cioè da uno *strumento* che in apparenza non ha nulla a che fare con il nucleo concettuale della matematica. Infatti questa macchina ha consentito un profondo riesame dei rapporti tra matematica e fisica, della nozione stessa di matematica e in generale ha aperto ampi orizzonti nel cuore dell'epistemologia.¹

A mio parere, e contro le posizioni di certa filosofia, ciò conferma quanto la cultura in generale sia legata alla tecnica, e quanto ne possa essere modificata: l'uso degli strumenti influisce profondamente sulla pratica e sull'essenza stessa delle attività umane, anche delle più astratte. Di fatto queste attività "astratte" sono sempre "incarnate" in un supporto e il rapporto tra attività e supporto è molto più intimo e pregnante di quanto non vogliano farci credere ad esempio i funzionalisti. Senza volermi addentrare nell'ontologia della matematica, cioè nell'analisi del verbo "esistere" applicato agli oggetti matematici, mi limito ad osservare che la matematica fatta da una determinata specie vivente dipende dalle dimensioni e dalle capacità del suo cervello e dall'organizzazione e struttura del suo corpo. Quindi certe specie fanno una matematica più "debole" di altre o

¹ Sui rapporti fra la tecnologia informatica e l'epistemologia vedi Longo 1998.

comunque diversa. Non dovrebbe allora stupire che gli strumenti di cui una specie si dota, e che ne potenziano o modificano certe caratteristiche cerebrali e corporee, si riflettano sul tipo e sul livello dell'attività matematica.

È interessante notare che se possiamo accedere a questa visione comparativa della matematica lo dobbiamo ai calcolatori, cioè a macchine capaci di un'attività astratta, sia pure embrionale. Intanto la riflessione sulla matematica fatta dai calcolatori è stata molto istruttiva di per sé, perché ci ha fatto capire che esistono limitazioni di *hardware* e di *software* e che le caratteristiche strutturali e funzionali della macchina influiscono sul tipo di risultati, sul modo di conseguirli e sulla loro precisione. Di conseguenza ci ha fatto capire che condizionamenti di questo tipo possono esistere e di fatto esistono anche per gli esseri umani. Inoltre, il confronto tra uomo e macchina ha suggerito appunto il confronto tra specie biologiche diverse, magari ipotetiche: si può concepire, seppure forse non immaginare, una matematica essenzialmente *diversa* dalla nostra. Ad esempio gli abitanti del terzo pianeta di Sirio, dotati come si sa di un corpo gassoso e diffuso su tutto il globo, non hanno il concetto primitivo di numero discreto (binario) e la loro è una matematica del continuo molto più raffinata della nostra... Insomma, la tecnologia è importante: il legame inscindibile tra funzione e supporto fa dipendere la matematica, nel suo farsi e nei suoi risultati, dagli strumenti capaci di interagire con quel supporto.

1.2 La natura è davvero un libro scritto in linguaggio matematico?

Nel suo saggio "Che cos'è un numero, che un uomo può conoscerlo, e che cos'è un uomo, che può conoscere un numero?" Warren McCulloch riporta una rocciosa affermazione di Sant'Agostino: "7 più 3 fa 10; 7 più 3 ha sempre fatto 10; mai e in nessun modo 7 più 3 ha fatto altro che 10; 7 più 3 farà sempre 10. Affermo che queste indistruttibili verità dell'aritmetica sono patrimonio di tutti coloro che ragionano." Ma se osserviamo da vicino la levigata e granitica superficie di quel 3, di quel 7 e di quel 10 stagliati contro il cielo tempestoso delle verità eterne, rischiamo di scoprirvi, come cercherò di chiarire, la stessa granulosità e gli stessi caotici ribollimenti che il telescopio ci fa scoprire sulla superficie in apparenza liscia e uniforme dei corpi celesti.

Infatti, come si è detto, la matematica e la fisica hanno le loro radici una parte nella realtà circostante e dall'altra nel cervello umano, ed entrambi questi territori brulicano di un disordine e di un'indeterminazione essenziali. Eppure da questo caos siamo riusciti ad estrarre i concetti limpidi e rigorosi della matematica. È come se con un'assidua opera di correzione e depurazione concettuale avessimo mantenuto quei concetti a temperatura abbastanza bassa da evitare gli effetti perturbatori dell'agitazione termica. Tutto ciò è avvenuto, credo, sotto l'influsso degli ideali platonici di perfezione iperuranica ed è stato accettato finché, con l'avvento del calcolatore, non si è cominciato ad osservare la matematica con la lente d'ingrandimento della "procedura effettiva". A quel punto la profilassi criogenica è risultata insufficiente e si è imposto un riesame della natura della matematica, dei rapporti tra la matematica e il mondo e tra la matematica e l'uomo.

Ma prima che l'avvento del calcolatore ci obbligasse a compiere il riesame, quell'impassibile matematica platonica l'avevamo applicata alla turbinosa realtà fisica e avevamo visto con prometeico stupore che le nostre astratte formule, spesso costruite con intenti diversi e lontani, in sé conclusi, ci consentivano di descrivere e di prevedere i fenomeni fisici. Le equazioni differenziali erano state poste sempre più al centro delle descrizioni scientifiche ed erano state interpretate non tanto come utili invenzioni matematiche quanto piuttosto come un

formalismo avente uno spiccato valore di realtà: una verità naturale dotata di una profonda connotazione metafisica. Il gran libro della natura era dunque scritto in linguaggio matematico: bastava seguire Galileo e adottare la sua inesorabile capacità di eliminare dai fenomeni ogni particolare inessenziale per ricondurli sotto il dominio delle formule.

Il carattere *tautologico* di questa riduzione, che consiste nel trascurare proprio gli aspetti che non si assoggetterebbero alla matematizzazione, nulla sembra togliere alla sua miracolosa efficacia. Anche se è evidente che il formalismo non descrive il mondo, ma ne fornisce una famiglia di *modelli* locali e semplificati, è stupefacente che esista la possibilità di scarnificare il reale in modo da farne adagiare con esattezza lo scheletro nel letto di Procuste della matematica. In passato lo spettacolare successo di questo metodo ha certamente rafforzato negli scienziati la convinzione platonica che l'idea astratta sia superiore alla sua rozza attuazione concreta: le imperfezioni e le deviazioni sono accidenti inessenziali, che turbano il modello ma nulla tolgono alla sua ideale e forse asintotica perfezione.

Questa convinzione ontologica fu alla base del determinismo estremo espresso da Laplace: "Un'intelligenza che, in un dato istante, potesse conoscere tutte le forze che animano la natura e la situazione di tutti gli esseri che la compongono e che inoltre fosse abbastanza grande da sottomettere questi dati all'analisi, abbraccerebbe nella stessa formula i movimenti dei più grandi corpi dell'universo e quelli dell'atomo più leggero: nulla ne risulterebbe incerto, l'avvenire come il passato sarebbe presente ai suoi occhi." È solo la debolezza dello spirito umano che non gli consente quest'impresa, che, in linea di principio, è tuttavia possibile.

Ma la tendenza platonica a rintracciare sotto la realtà perturbata un ideale incorrotto si esplica anche per un altro verso, che fino a tempi recentissimi è rimasto meno palese: alla drastica semplificazione operata sulla realtà fisica, evidente a tutti, corrisponde una semplificazione altrettanto radicale, benché forse meno spettacolare, della matematica (in sostanza gli sviluppi in serie vengono troncati dopo il termine lineare...). E l'accordo tra fisica e matematica è frutto di questa duplice chirurgia.

Se si rinuncia a invocare un creatore che abbia costruito la natura con gli stessi strumenti matematici che poi ci ha fornito per interpretarla, l'accordo, parziale quanto si vuole ma innegabile, tra realtà fisica e formalismo matematico resta un bel mistero. Un tentativo di spiegazione fu offerto da Kant: è la nostra percezione che struttura la realtà e ciò che della realtà riusciamo a percepire non può che obbedire alle regole della nostra mente, la stessa mente che costruisce la matematica. La *Ding an sich* resta inaccessibile: la fisica, al pari della matematica, è una costruzione del nostro spirito ed entrambe si basano sulle stesse categorie, cioè sugli stessi filtri mentali, quindi non fa meraviglia che tra le due esista un accordo. La spiegazione aprioristica di Kant (oggi ripresa con alcuni aggiustamenti dal costruttivismo radicale) lascia irrisolto un problema fondamentale: come nascono queste categorie, perché la nostra percezione ci porta proprio a *questa* visione della realtà? Una risposta ci viene fornita dall'epistemologia evoluzionistica elaborata da Konrad Lorenz: il lunghissimo processo di stretta coevoluzione tra creature e ambiente ci ha dotato di categorie percettive e mentali che sono necessarie in quanto hanno un elevato valore di *sopravvivenza* nell'ambiente: queste sono le categorie da cui procedono sia la nostra visione del mondo esterno sia le nostre capacità di astrazione e di manipolazione simbolica. (Con rozza efficacia, si potrebbe dire che quanti possedevano categorie diverse sono stati eliminati dalla selezione prima di generare una discendenza.) Per l'individuo, che le eredita, queste capacità categoriali sono *a priori*, mentre per

la specie, che se le costruisce nel corso dell'evoluzione, si tratta di categorie *a posteriori*. La capacità di fare matematica, di fare la matematica che facciamo, fa dunque parte dell'eredità di specie, si è dunque consolidata nel nostro patrimonio genetico e, al pari delle nostre capacità percettive e osservative, ha un indispensabile valore evolutivo. Si tratta di due facce della stessa medaglia.²

Non c'è dubbio che questa interpretazione, al pari di tutte le spiegazioni basate sul concetto di un'evoluzione selettiva che procede in base a valori di sopravvivenza, abbia sapore tautologico. Ma anche se ritengo che l'esplicitazione di una tautologia non sia affatto un procedimento vuoto e sterile (la storia dell'universo è probabilmente una grande tautologia, ma non per questo la scienza cessa di essere interessante), l'epistemologia evolutiva non ci soddisfa del tutto: l'enorme capacità esplicativa della matematica nei confronti dei fenomeni naturali resta un mistero. Benché la depurazione dei fenomeni dai loro aspetti accidentali abbia tutta l'aria di un'operazione *ad hoc*, resta insomma il fatto che, come si è detto, la tautologia esplicativa, per quanto parziale, esiste.

Da questa limitata ma significativa capacità descrittiva della matematica molti, specie in passato, hanno estrapolato la convinzione che la realtà esterna debba obbedire alle formule sin nei minimi particolari e debba quindi sottostare a un determinismo causale assoluto, alla Laplace. Tuttavia, declassando le verità aritmetiche eterne enunciate da Sant'Agostino a contingenze evolutive, dotate di una necessità storica ma forse non assoluta, la spiegazione evoluzionistica ha il merito di insinuare il dubbio che l'armonia tra fisica e matematica possa non essere totale e illimitata, ma possa valere, grosso modo, solo per gli oggetti e i fenomeni dell'esperienza quotidiana.

Addirittura alcuni pensano che la matematica non funzioni affatto, nel senso che i suoi modelli sarebbero lontanissimi dalla realtà, come accade in modo plateale per l'economia: il problema è che non conoscendo la realtà non si può giudicare quanto i modelli ne siano distanti, e quindi il problema diventa ideologico o metafisico.

Comunque non c'è nessun motivo per credere che quel mirabile accordo continui a sussistere quando si esca dall'ambito dei fenomeni intermedi per andare verso i valori estremi, grandissimi o piccolissimi, del tempo e dello spazio. Ma se i paradossi della meccanica quantistica e i fenomeni ottici, che sempre più si rivelano onnipresenti in natura, indicano che la capacità descrittiva del formalismo classico è limitata, il fatto che siano stati foggiate strumenti matematici nuovi, capaci di descrivere, sia pure senza il confortevole sostegno

² Detto altrimenti, la mente dell'uomo è un risultato dell'evoluzione (o meglio della coevoluzione specie-ambiente), che vi ha iscritto le caratteristiche fondamentali della realtà esterna (carica dell'elettrone, massa del protone, intensità del campo gravitazionale...). La nostra epistemologia è dunque condizionata dalle categorie che il mondo ci ha via via fornito. Perciò la matematica, che è prodotta dalla mente, non può che armonizzarsi con la realtà fisica che essa compendia e con cui continua a interagire. Insomma, al pari della fisica la matematica è un prodotto dell'interazione tra mente e ambiente, si iscrive nella realtà e dunque ne tiene conto e ne è condizionata. Gli enti matematici sarebbero quindi una sorta di emanazione degli entifisici filtrata dalla mente. Dunque: se gli oggetti matematici hanno un'esistenza precedente alla loro scoperta (punto di vista platonico), essi sono iscritti nelle nostre categorie e sono coerenti con il resto della realtà. Se invece sono nostre creazioni, sono per così dire prodotti naturali del second'ordine, e vengono costruiti da una mente che nel suo funzionamento è pur sempre congruente con la più vasta realtà. Peraltro, grazie alla doppia semplificazione cui si è accennato, l'accordo tra matematica e fisica si manifesta anche nella pratica: la cosa più interessante è che questo accordo è prolungabile, cioè quando, grazie ai progressi strumentali o di calcolo, l'approssimazione in fisica (o in matematica) migliora, si può costruire una matematica che descrive i nuovi aspetti fenomenici (o, viceversa, grazie alla nuova matematica si possono prevedere nuove realtà fisiche).

dell'intuizione, anche queste situazioni limite o "patologiche" rispetto alla normalità quotidiana può essere un segnale che la nostra *struttura biologica* supera, incapacità descrittiva inconsapevole, l'abilità di descrizione e interpretazione che finora siamo riusciti a esplicitare in forma afferrabile e razionale.³

1.3 Le ragioni del calcolatore

Laplace dunque risuscita, ma con fattezze che certo non gli piacerebbero, perché la capacità di prevedere l'evoluzione dell'universo non sarebbe affidata solo alla razionalità computante ma anche ad altre facoltà meno limpide e solari. In altre parole, esiste forse un complesso di ragioni "oscure" che contribuiscono a reggere i nostri rapporti col mondo e con noi stessi. Ad esse, dice Sergio Manghi, "si è dato il volto di forze cieche e degradanti, come l'istinto, oppure cieche e virtuose, come la Vita o il Desiderio, rimuovendone in ogni caso qualsiasi valenza intelligente: cieche, appunto, non sanno quello che fanno, non esprimono delle regole, una grammaticalità, delle *ragioni*." Contro questa rimozione si sono pronunciati, da angolature molto diverse, sia Gregory Bateson sia John Searle, denunciando il riduzionismo razionalistico che s'ingegna di sopprimere quelle che Pascal chiamava "le ragioni del cuore che la ragione non comprende", cioè le complesse proprietà cognitive di base che hanno consentito al vivente di svilupparsi e di sviluppare un'intelligenza che, se in vetta è razionalità e algoritmo, alla base è puro affaccendamento biologico, esistenziale. A proposito delle pascaliane ragioni del cuore Manghi riporta un commento di Heidegger:

"L'interiore e l'invisibile del dominio del cuore non solo è più interiore che il 'dentro' della rappresentazione calcolativa e perciò più invisibile, ma abbraccia una regione più ampia di quella degli oggetti semplicemente producibili.

Nell'invisibile ultrainteriorità del cuore, l'uomo è prima di tutto sospinto verso ciò che dev'essere amato: gli avi, i morti, l'infanzia, i nascituri."

Si potrebbe aggiungere, credo, che quell'interiorità è lo spazio dell'intuizione oscura, primordiale e germinante, lo spazio in cui scaturiscono l'arte, la poesia e anche la visione prima della matematica. E anche queste costruzioni "devono essere amate", visto che esiste una profonda e vibratile "emozione del pensare" collegata allo sgorgare primo, non depurato, dell'atto conoscitivo razionale (Zanarini 1985). L'ultrainteriorità di cui parla Heidegger è forse uno spazio i cui umbratili confini sono segnati dai limiti stessi della nostra biologia: è forse grazie a questo spazio non del tutto illuminato dalla razionalità che riusciamo, se non a comprendere, almeno a calcolare la meccanica quantistica.

Come si è detto, al superamento delle capacità descrittive della fisica e della matematica classiche ha dato un contributo enorme il *calcolatore*, grazie al quale, accanto all'idea tradizionale della matematica intesa come attività formale nominata o pensata ad alto livello, quell'attività statica, o "parmenidea", che s'incarna nei poderosi teoremi di esistenza dell'analisi classica, dell'algebra e della geometria, si sta ormai delineando una concezione nuova della matematica, una concezione dinamica o "eraclitea", che s'incarna nella nozione e nella pratica della "procedura effettiva". Come in fisica le perturbazioni e le deviazioni dal modello ideale, che un tempo venivano sistematicamente trascurate per arrivare al fenomeno puro, oggi vengono riconosciute non

³ Sui rapporti tra conoscenza del corpo e conoscenza della mente e sul problema della traduzione dalla prima alla seconda vedi Longo 1998.

come un aspetto accessorio, accidentale e trascurabile, bensì come un correlato essenziale e costitutivo dei fenomeni; così in matematica stanno acquistando sempre più importanza, accanto ai risultati, i procedimenti che a quei risultati portano o dovrebbero portare.

Questa matematica dei procedimenti, o degli algoritmi, che va sotto il nome di informatica, si vale del calcolatore: ma si tratta di una contingenza storica, perché l'informatica, intesa come teoria dell'elaborazione, nella sua essenza potrebbe essere benissimo concepita (ma non praticata) con altri strumenti, o addirittura "a mano" (Longo 1995). I calcolatori elettronici consentono tuttavia una velocità di esecuzione e una potenza di elaborazione altrimenti impensabili. ⁴ Questa accelerazione si è ripercossa sulla stessa matematica, facendone emergere alcuni aspetti e contribuendo allo sviluppo o alla nascita di certe sue branche. Da strumento esecutivo, il calcolatore è insomma diventato un catalizzatore dell'inventiva, sicché le due visioni della matematica, per quanto restino concettualmente distinte, in pratica trovano un terreno di convergenza. ⁵

Che le due concezioni restino distinte dipende dal fatto che esse corrispondono a due atteggiamenti mentali diversi: chi adotta il primo, che potremmo chiamare "angelico" o "apollineo", cerca sempre le soluzioni in forma chiusa e per ogni oggetto reale cerca di individuare il solido platonico che meglio lo approssima; chi inclina all'altro, che potremmo chiamare "prometeico" o "dionisiaco", si domanda sempre quanta fatica, quanto denaro, quanta pazienza e quanto tempo ci vorranno per ottenere un certo numero di cifre decimali e di fronte a un (aspirante) solido platonico cerca sempre le imperfezioni che necessariamente lo affliggono e lo trasformano in oggetto reale. Chi propende per il secondo punto di vista tende a ritenere che la matematica non ci fornisca modelli del tutto soddisfacenti della realtà. ⁶

⁴ La *velocità* del calcolatore elettronico è una sua caratteristica essenziale, perché mette in luce effetti che altrimenti resterebbero nascosti ad esseri come noi che vivono nel tempo. La dimensione temporale è fondamentale anche perché all'aumentare della complessità dei calcoli il funzionamento della macchina tende a degradarsi. Infatti il computer non è una macchina logica, ma fisica, e funziona *nel tempo* sulla base della relazione causa-effetto, che comporta sempre un certo ritardo e l'accumulo dei ritardi provoca prima o poi l'inceppamento. Che il calcolatore sia elettronico è determinante: se la macchina fosse più lenta l'inceppamento avverrebbe prima, cioè con calcoli meno complessi. Ciò dimostra l'importanza fondamentale del supporto materiale: che si possano costruire calcolatori fatti di carta igienica e di lattine vuote è una voce priva di fondamento messa in giro dalle multinazionali delle bevande e della carta. Pur potendo, in linea di principio, realizzare le relazioni funzionali tra i simboli, queste macchine sarebbero così lente e imprecise che non funzionerebbero affatto. "La leggerezza del bit rispetto alla pesantezza dell'atomo" non è solo una locuzione pittoresca. Inoltre la velocità elevatissima dei calcolatori elettronici ci fa capire, quasi paradossalmente, che il tempo è una risorsa preziosa e limitata: macchine meno veloci avrebbero funzionato su una scala irrisoria e quindi il problema del tempo non si sarebbe neppure posto: la matematica avrebbe conservato il suo carattere atemporale; la potenza dei calcolatori attuali ha esplicitato gli aspetti dinamici, di processo, della matematica (aspetti che si sono affiancati, talora prevalendo, alla sua natura di collezione di risultati statici) e quindi ci ha fatto capire che i calcoli richiedono tempo; infine i limiti dei calcolatori ci hanno fatto capire che il tempo è non una risorsa inesauribile.

⁵ Queste considerazioni toccano la natura "platonica" della matematica: curiosamente i calcolatori starebbero alle "verità" matematiche come gli acceleratori di particelle stanno alla "realtà" fisica: entrambi i tipi di macchine aiuterebbero a scoprire una realtà (preesistente), e ciò rivelerebbe un sorprendente intreccio tra il platonismo e lo sperimentalismo. Anche se per alcuni matematici una supposta *natura sperimentale della matematica* sembra rappresentare uno scandalo inaccettabile, essa appare conseguenza diretta della sua natura platonica.

⁶ Nell'ambito dell'intelligenza artificiale, questi due atteggiamenti corrispondono grosso modo il primo all'impostazione *razionalistica* o *funzionalistica* e il secondo all'impostazione *olistica* o *connessionistica*. Nel funzionalismo ogni interferenza esterna viene considerata come un disturbo per gli algoritmi attuativi del

L'impostazione informatica ci aiuta insomma a scoprire che la matematica classica è, al pari della fisica galileiana, il frutto di una tendenza all'idealismo e alla semplificazione ed è ottenuta, come ho detto sopra, con un procedimento di "refrigerazione". L'informatica ci invita a complessificare le descrizioni, come sta avvenendo in fisica, dove si è scoperto che l'incertezza e il caso, lungi dall'essere trascurabili sbavature in un quadro nitido che aspetterebbe solo di essere disvelato come l'icosaedro nella particella d'acqua o il tetraedro nell'elemento di fuoco, sono caratteri ineludibili della nostra visione del mondo. A offuscare l'ordine e il determinismo, che si credevano la regola esono invece l'eccezione, irrompono l'aleatorietà, l'entropia, l'irreversibilità. Costretti a complessificare le descrizioni, dobbiamo forse rinunciare alla speranza di attingere un giorno un'ipotetica semplicità soggiacente, e siamo indotti a sospettare che la "realtà stessa" sia più complessa della nostra filosofia, dando ragione ad Amleto.⁷

Accanto alla rivoluzione informatica e accanto alla rivoluzione della complessità in fisica, e per effetto di questi due grandi mutamenti, qualcosa è cambiato anche nella matematica "alta": si è assistito a una vera e propria rivalutazione degli aspetti geometrici, che nel corso degli ultimi decenni erano stati trascurati e quasi dimenticati a favore degli aspetti squisitamente analitici tipici del bourbakismo.⁸ Così alla base della sua teoria delle catastrofi, che pretende di descrivere i fenomeni di instabilità e le biforcazioni nell'evoluzione dei sistemi (non solo fisici), René Thom ha posto l'intuizione topologica e la visualizzazione geometrica (Thom 1980). Benoît Mandelbrot, considerato l'inventore della geometria frattale, racconta che suo zio, professore di matematica al Collegio di Francia, era uno dei maggiori esperti di analisi complessa classica e la geometria non gli interessava granché. Quando il giovane Benoît gli confidò di avere un'inclinazione per la geometria e di voler trovare un campo in cui esercitare queste capacità e divertirsi, lo zio, che aveva gusti matematici molto diversi, lo ammonì: "I bambini fanno bene a imparare la geometria, ma chi vuole fare il matematico sul serio deve lasciarla perdere," e per educarlo alla matematica astratta gli diede da leggere tra l'altro le opere di due illustri analisti francesi, Paul Joseph Fatou e Gaston Julia. Ma furono proprio queste opere a spingere Mandelbrot a non diventare un matematico nel senso tradizionale del termine, perché erano esempi quasi esagerati di quello che proprio non gli piaceva (Peitgen et al. 1991). Così egli indulse alla sua inclinazione alla geometria e cominciò a porsi problemi molto concreti: come si fa a descrivere oggetti comunissimi come una nuvola o una montagna? Una nuvola non è, neppure in prima approssimazione, una sfera, e una montagna non è, neppure in prima

comportamento intelligente e quindi va soppressa se si vuole ottenere l'intelligenza ideale, che è quella non perturbata. Per l'olismo la mente si sviluppa nell'interazione tra sistema e ambiente: l'apporto di quest'ultimo è importante, anzi indispensabile, per lo sviluppo dell'intelligenza (Longo 1998).

⁷ È paradossale che il calcolatore, nato per semplificare, ordinare e sveltire, in molti casi abbia invece complicato e rallentato: ciò potrebbe indicare che i sistemi complessi, come la società, vivono sempre in una sorta di margine del caos dove oscillano tra fasi di semplificazione dovute ai primi effetti delle innovazioni tecniche e fasi di complessificazione dovute agli effetti successivi, "di facilitazione", delle stesse innovazioni. Infatti col tempo un'innovazione consente in genere un aumento, fino a livelli caotici, della variabile o dell'attività di cui all'inizio ha contribuito a far diminuire il disordine.

⁸ Sotto lo pseudonimo di "Nicolas Bourbaki" (un generale dell'esercito napoleonico) lavora dal 1935 un gruppo di matematici francesi impegnati a esporre in modo sistematico tutta la matematica in un trattato enciclopedico. L'attività del gruppo, improntata a un estremo rigore e all'uso estesissimo della simbologia per evitare le ambiguità e le insidie del linguaggio comune, tende a una sintesi di tutto lo scibile matematico intorno ad alcune strutture fondamentali profondamente intrecciate. Il bourbakismo ha avuto una grande influenza sulla matematica contemporanea, ma è stato anche criticato per la sua astrattezza eccessiva e soprattutto per le sue conseguenze negative in ambito didattico.

approssimazione, un cono. Le forme geometriche ideali della tradizione non descrivono in modo adeguato le forme della natura che ci circonda e Mandelbrot fu spinto a cercare un linguaggio geometrico nuovo, con cui approssimare la forma di un albero o di un cavolfiore, o le coste di un'isola.

In questo modo nacque la geometria frattale, che fu salutata come la più grande conquista concettuale dopo la meccanica quantistica. Anche se si tratta forse di un'esagerazione, molti considerano questa nuova geometria come la "vera geometria" (cioè la vera "descrizione" o "rappresentazione") della natura: anche in questo caso sembra che, affinando gli strumenti, si possa con la matematica descrivere la natura: ma non più con gli ieratici poligoni platonici, bensì con un tipo affatto nuovo di geometria (Peitgen et al. 1987, Casati 1991)

1.4 L'efficace irragionevolezza del computer

Il sogno di meccanizzare il pensiero e, soprattutto, di esorcizzare le misteriose e inquietanti capacità del genio ha accompagnato tutto lo sviluppo dell'età moderna: i Teatri della Memoria, l'*Ars Magna*, la *Characteristica Universalis*, la Macchina Analitica e via dicendo non sono altro che estroflessioni cognitive, più o meno raffinate ma sempre di natura automatica, capaci di fornirci con un sol colpo di manovella tutte le proposizioni "vere", tutti i risultati "esatti", tutti i teoremi "dimostrabili". La stessa geometria analitica di Cartesio è una protesi mentale che, grazie a ricette meccaniche, consente anche ai deboli d'intelletto di dimostrare le proposizioni più ardue di questa disciplina, che richiede immaginazione, intuito e talento.

Del resto, già Aristotele aveva individuato nelle regole logiche le "leggi del pensiero" e l'ipotesi, non dimostrata ma accettata senza troppe riserve, che il "pensiero pensante" e il "pensiero pensato" funzionino allo stesso modo ha dominato fino ai nostri giorni il panorama scientifico e psicologico. Si può rintracciare in questa presunta identità una delle radici, se non la più importante, dei tentativi di meccanizzare il pensiero, comprese le più recenti ricerche dell'intelligenza artificiale di tiposimbolico-algoritmico.

Ma il colpo di manovella che dovrebbe far scaturire dalla macchina mentale tutte le proposizioni vere provoca un'alluvione dalla quale ci si può salvare solo scartando le proposizioni insignificanti e banali e ritenendo quelle interessanti e significative. La discriminazione, tuttavia, può essere fatta proprio in base a quei criteri che si erano voluti evitare ricorrendo alla macchina mentale: criteri personali, basati sulle caratteristiche dell'individuo, sulla sua storia, sulla sua intuizione e capacità, sui suoi interessi. Il cieco automatismo della macchina non consente di adeguare le proposizioni generate ai *contenuti* della vita, quindi la complessità della persona e lo spettro del genio, cacciati dalla porta, rientrano dalla finestra.⁹

⁹ A proposito del fascino discreto esercitato dal pensiero rigoroso, senza residui materiali, imperturbato e dell'inquietudine ispirata invece dal ribollire incontrollabile del genio, mi piace citare quanto ebbe a dire Ettore Majorana: "C'è nella filosofia della scienza di oggi un'immensa diffidenza della natura. Forse, direbbe Federico Nietzsche, un nuovo spirito apollineo che ha paura della verità naturale e vuol costruire qualcosa di puro, di razionale, di immateriale, per cui il rigore logico, la dimostrazione matematica, il calcolo sublime darebbero la misura del vero... Tuttavia non si può non pensare che la concezione deterministica della natura racchiuda in sé una reale causa di debolezza nell'irrimediabile contraddizione che essa incontra con i dati più certi della nostra coscienza." Queste parole esprimono forse il sospetto che meccanizzando l'intelligenza, riducendola alle sue componenti ipotetico-deduttive, illuminandola troppo di luce razionale, staccandola insomma dalla sua matrice corporea e biologica, si potrebbe provocarne l'atrofia. Ciò dimostrerebbe davvero che la conoscenza alta, razionale e consapevole è una sorta di irradiazione superficiale dell'altra e ben più robusta conoscenza che si annida nei ventricoli oscuri del corpo.

Il timore del genio, delle sue qualità misteriose e lussureggianti, della sua intuizione ingiustificabile, delle sue creazioni arbitrarie, causa nelle persone comuni uno sgomento e un timore reverenziale che possono tramutarsi da un momento all'altro in avversione, odio e furore. Molti si sentono rassicurati se possono seguire l'olimpica e serena medietà apollinea ed evitare le trasgressioni e gli eccessi dionisiaci del genio, e poiché nessuno deve dare scandalo e tutti devono mantenersi sulla retta via, il genio va represso con un rimedio "democratico", che toglie forse ad alcuni il senso d'inferiorità e litranquilla, ma che certo provoca negli altri, nei "sedati", frustrazione e sofferenza e, da ultimo, rischia di atrofizzare e avvilitare l'inventiva loro e quindi della collettività.

È curioso che anche geni del calibro di Hobbes, Leibniz e, in tempi più recenti, von Neumann e Piaget, abbiano aderito a questa visione, e soprattutto alla sua premessa epistemologica, cioè che il pensiero, in fondo, non sia altro che calcolo. Non solo calcolo numerico, certo, anche calcolo sillogistico e quant'altro, ma insomma: quando l'uomo pensa non fa altro che applicare a elementi cognitivi atomici un certo numero (piuttosto piccolo) di regole invariabili e acontestuali. Questa è anche la premessa fondamentale dell'intelligenza artificiale funzionalistica: basta rappresentare simbolicamente gli elementi e descrivere le regole in modo "chiaro e distinto", cioè mediante *algoritmi*, ed ecco che si può trasferire il calcolo (dunque il pensiero) da un supporto (il cervello) a un altro (il calcolatore), senza che le differenze tra i due supporti abbiano conseguenze di sorta. La funzione (il software) è tutto, la struttura (l'hardware) non conta. Si tratta di un riduzionismo mentalista che ha le sue radici nel dualismo cartesiano e, curiosamente, nel materialismo. Quello che conta è lo scheletro logico, non la carne del supporto o i panni dei contenuti. Le cose in realtà non stanno proprio così: la struttura logica non è tutto, e il supporto materiale ha un'importanza straordinaria, perché la sua struttura fisica interagisce in maniera inestricabile con la funzione e la modifica (ad esempio introducendo ritardi temporali e trasformando i rapporti logici in rapporti di causa-effetto, vedi nota 4). Inoltre, per quanto riguarda gli esseri umani, i contenuti influiscono in modo determinante sul modo di ragionare e sull'efficacia e rapidità del ragionamento, e i contenuti hanno a che fare con la struttura, il corpo, l'ambiente e la comunicazione.

E, per tornare alla matematica, che dire degli aspetti meta ed extra, che agiscono sulla scelta dei temi, dei procedimenti, dei metodi, sulla nozione stessa di rigore e così via, influenzando dunque la matematica nel suo svolgimento e nei suoi esiti? Che dire delle emozioni, delle convinzioni ideologiche, degli aspetti estetici? Tutti questi fenomeni rendono la matematica un fenomeno sociale e storico nel suo farsi e nei suoi risultati.¹⁰

¹⁰ L'idea che la matematica si fondi su una scelta arbitraria di postulatio assiomi, con intenti puramente autoreferenziali e senza nessuna considerazione esterna, è errata: spesso la scelta dei postulati viene compiuta in base a considerazioni o scopi extramatematici che *precedono* lo sviluppo formale e lo guidano, contribuendo così all'instaurazione di un *circolo* tra prassi e teoria. Le motivazioni extramatematiche possono avere natura squisitamente intuitiva o epistemologica ("assioma" deriva dal greco *axios*, degno, cioè degno di essere accettato o creduto per la sua evidenza) oppure pratica (esecuzione di calcoli, costruzione di modelli di fenomeni fisici) oppure culturale, politica e sociale (l'inserimento in una scuola matematica influente o in un programma di ricerca ritenuto utile alla società e quindi sovvenzionato). A sua volta lo sviluppo della ricerca può influire sull'individuazione o precisazione degli obiettivi extramatematici. Tutto ciò influisce sullo sviluppo storico effettivo della matematica. A posteriori, questo sviluppo sembra possedere un forte carattere deterministico, dovuto (se si vuol essere platonisti) alla natura e all'intrinseca forza dei concetti e degli enti matematici, che verrebbero via via disvelati; nel suo farsi, tuttavia, il progresso è perturbato da forti dosi di aleatorietà e contingenza, che farebbero propendere più per una *costruzione* che per una *scoperta* della matematica. O forse c'è un nucleo di realtà primitiva che si manifesta in modi contingenti e storici. In questo senso (come in fisica o nella filosofia kantiana) si potrebbe tracciare una distinzione tra "realtà (matematica) in sè" e "realtà

Altrove ho affrontato il problema del rapporto tra scoperta scientifica e contesto culturale con riferimento alla terza legge di Keplero. Ora, per giustificare la seconda metà del titolo di questo intervento, riassumerò quelle considerazioni.

Qualche anno fa Herbert Simon, uno dei pionieri dell'intelligenza artificiale, allestì un programma di calcolatore, soprannominato Bacon, che a suo dire riuscì a "dimostrare" la terza legge di Keplero sulle orbite dei pianeti. Ne seguì un'accesa polemica, i cui toni confermarono ancora una volta la litigiosità che contraddistingue le discussioni sull'intelligenza artificiale. Forse è l'esilità delle attuazioni che, unita alle ambiguità definitorie, all'opacità verbali e alla natura irrisolta e non enigmatica del tema, spinge i contendenti ad arroccarsi su posizioni contrapposte che sanno molto di apriorismo ideologico: per alcuni, com'è stato detto, IA è tutto ciò che le macchine sanno fare, per altri IA è tutto ciò che le macchine non sanno fare.

Vorrei intanto collocare l'impresa dell'IA nella prospettiva di quella che non esito a definire la grande rivoluzione epistemologica del Novecento: la descrizione e spiegazione "contestuale" o "informativa," della quale l'IA dovrebbe costituire un pilastro (e così non è). La descrizione-spiegazione informativa è l'unica capace di dar senso ai fenomeni in cui entrano in gioco gli esseri comunicanti, in particolare gli esseri umani, e su ciò non mi dilungo: osservo solo che anche quando gli uomini adottano i metodi riduzionisti e acontestuali tipici della fisica classica e, ancor più, dell'IA funzionalistica, e si sforzano quindi di eliminare il contesto, essi continuano a farne parte (da ciò forse le discussioni emotive e i risentimenti).

Dal contesto, che è sistemico e insieme evolutivo, cioè storico, scaturisce - per gli esseri umani - la semantica, che è strettamente legata a nozioni o esigenze che fanno più o meno tutte capo al *corpo*: la sopravvivenza, l'integrità fisica, la generazione ecc. E l'unica cosa che mi sento di poter affermare con una certa sicurezza a proposito delle elusive nozioni di "intelligenza" e "creatività" è che esse hanno carattere contestuale, dunque *sistemico ed evolutivo*. Appare quindi paradossale che proprio l'IA funzionalistica, che mira a costruire una qualche forma di intelligenza e creatività, sia così decisamente e dichiaratamente atomistica, riduzionistica e acontestuale. Forse questo è uno dei motivi del suo sostanziale fallimento rispetto alle ambizioni iniziali e del conseguente tentativo di inserire i programmi di IA in un contesto evolutivo e in un supporto "sensoriale".

Se si trascura o si rinnega il contesto, si può dire tutto ciò che si vuole, a ruota libera. Si può, per esempio, prendere sul serio la questione, classica ma non per questo sensata, se una macchina possa "pensare". In termini assoluti la domanda non può che avere una risposta negativa, come del resto le domande (via via più esilaranti): può un cervello pensare? può un neurone pensare? può un atomo pensare? può un quark pensare?

Perché queste domande abbiano senso, bisogna che gli enti candidati siano immersi in un sistema comunicativo più ampio, perché solo in questo caso essi possono pensare (o meglio: possono partecipare o contribuire all'attività di pensiero). Anche un essere umano completo pensa solo se è immerso in un sistema che gli consenta lo scambio comunicativo, base delle attività mentali. Del resto Marvin Minsky ha scritto tutto un libro per illustrare il concetto in certo modo reciproco, cioè che elementi non pensanti, collegati a sistema, possono manifestare (e in certi casi manifestano) il pensiero. (Tutto ciò a prescindere da un altro problema formidabile, cioè quale sia la parte che la *coscienza* o la *consapevolezza* hanno nel processo di pensiero.)

(matematica) percepita."

Allora, se è il sistema complessivo (e non ci sono limiti superiori all'ampliamento del sistema pensante, anche se s'impone una certa cautela per non cadere in fumosità misticheggianti), se è il complesso che pensa, certamente Bacon non pensa, non è intelligente e non è creativo: quello che pensa e che è creativo è il sistema "Simon, più ciò che Simon ha letto, imparato, più ciò che Simon dice, scrive, ascolta, più i finanziamenti che Simon ha ottenuto e spera di ottenere per le sue ricerche ecc. ecc. più Bacon". Bacon è una componente di questo amplissimo sistema pensante, così come lo è la corteccia cerebrale di Simon o la sua biblioteca o il suo servizio di posta elettronica. E al sistema descritto, che ha al suo centro ideale Simon, si possono oggi aggiungere tutti coloro che sono intervenuti nella discussione per elargire o negare certe caratteristiche -intelligenza, creatività - al sottosistema Bacon, proiettando su di esso (e a sua insaputa: che cosa ne "sa" Bacon dell'intelligenza o del dibattito che si svolge su di lui?) le loro convinzioni.

Bacon, si dice, ha (ri)scoperto la terza legge di Keplero. Ma che ne sa Bacon di Keplero, o di quelle che, in un mondo di cui non sospetta (scusate l'antropomorfismo) neppure l'esistenza, si chiamano "leggi di Keplero" (e che esistevano, in qualche senso, prima che Keplero le scoprisse), che ne sa Bacon di quegli ammassi globulari di pietra e digas che noi chiamiamo pianeti? Nel nostro mondo, che è certo diverso dal mondo di Keplero ma è addirittura abissalmente ortogonale al mondo di Bacon, la scoperta è radicata in un *contesto storico e culturale* dal quale non è possibile estirparla neppure con la più buona volontà riduzionistica e decontestualizzante: perché il nostro mondo è costituito, in un viluppo inestricabile, dalla sua storia, dal contesto e dalla scala d'importanza che la storia e il contesto ci aiutano (obbligano?) a formulare sulla base di partenza ineludibile delle nostre caratteristiche biofisiche.

Bacon non è altro che un'estroffessione cognitiva di Simon cui questi affida compiti che altri affidano ad altre componenti cognitive, estroflesse o interne: quindi se Bacon "dimostra" qualche creatività, dimostra la creatività di Simon e del complesso comunicativo-cognitivo di cui Simon fa parte, non la propria: così come la scoperta di Keplero non dimostra certo la creatività del suo ippocampo o del suo cervelletto o della sua corteccia, bensì quella del complesso di cui Keplero era il centro ideale.

Alcuni di noi fanno dei teoremi di matematica (e invito i miei colleghi che ne fanno ad esercitare un po' d'introspezione, attività vituperata ma molto istruttiva, anche perché è l'unica che ci consente di dare un senso al termine "pensare"): in questa faccenda non affidiamo forse i vari sottocompiti richiesti dal compito globale della dimostrazione - dalla prima intuizione alla verifica definitiva - a varie nostre componenti cognitive e non cognitive (magari esterne, come il computer o il foglio di carta), ai nostri vari "sotto-io", per poi dire alla fine: "io" (il grande "io" sistemico: quanta ambiguità in questi pronomi e in tutte queste proposizioni, mal'ambiguità è fonte, questa sì, di creatività!) "io ho dimostrato" il teorema tale o talaltro. (Senza dimenticare la parte che hanno in questo processo i fallimenti, i procedimenti inconsci, le considerazioni utilitaristiche, economiche ed estetiche...)

Ma "chi" (questo è un "chi" globale, relativo a un individuo completo), chi mai dimostra un teorema senza avere un minimo di conoscenza (acquisita) della matematica, delle sue tecniche, dell'importanza relativa dei problemi? Quale matematico lavora in isolamento? E si vorrebbe che una componente di un sistema - che della matematica e del mondo in cui la matematica viene fatta non sa nulla - fosse capace di "dimostrare" un teorema? Si vorrebbe che un programma o l'emisfero sinistro di un cervello fosse creativo? Al massimo il

sottosistema può eseguire alcuni dei sottocompiti ausiliari utili alla dimostrazione del teorema, magari anche tutti i sottocompiti, che tuttavia restano pur sempre sottocompiti e che solo "noi" (il "noi" globale) possiamo alla fine riunificare in un compito o risultato complessivo e (per noi) significativo. ¹¹

Per di più la legge di Keplero non è un teorema, poiché ha un'interpretazione precisa nel nostro mondo. Ma per Bacon, che non sa di pianeti, i dati fornitigli potrebbero riguardare il Gundor, un esotico giuoco (mai giocato perché è il protagonista immaginario di un mio racconto e perciò ha un interesse puramente speculativo), e il programma, sollecitato da Simon o da chi per lui, si comporterebbe allo stesso modo, cioè fornirebbe la stessa "dimostrazione" anche coi dati del Gundor (se poi non fosse sollecitato se ne starebbe immerso nel suo stato catatonico abituale): chi allora - se non Simon o un altro essere umano - può affermare che lui, Bacon, ha dimostrato "una legge fondamentale della scienza" e non una regola dell'inesistente giuoco del Gundor? E chi lo dichiara creativo nel primo caso sarebbe disposto a dichiararlo *altrettanto* creativo nel secondo caso?

E poi: la gran parte delle persone non dimostrano teoremi, però fanno molte altre cose, forse più utili: possiamo allora dire che non sono creative? Possiamo forse dire che non è creativo un essere umano che non abbia mai inventato nulla nel campo scientifico, artistico, letterario ecc.? Di recente è stato osservato che gli scacchi sono troppo semplici e astratti perché una macchina che se la cavi bene in questo giuoco (Deep Blue) possa essere considerata intelligente ed è stato proposto come criterio d'intelligenza per le macchine *la capacità di scrivere una storia*. Ma questa proposta, che mi piace perché sottolinea fortemente il legame tra il sottosistema e il mondo, presta il fianco alla stessa obiezione: un uomo che non abbia mai scritto una storia, o che non sappia scriverne, dev'essere dichiarato stupido o intronato? Direi di no, mentre un programma fatto per i racconti che non sappia scrivere un racconto è certamente dichiarato stupido o fallito!

Perché dunque consideriamo gli esseri umani e le macchine così diversi quando si tratta di attribuir loro intelligenza e creatività? Questa differenza del nostro atteggiamento rispecchia, in definitiva, le enormi innegabili differenze tra l'intelligenza umana, che pesca nel mondo e nell'evoluzione biofisicoculturale ed è a spettro larghissimo, e le prestazioni "monocromatiche" delle macchine, che sono immerse in un esile mondo binario costruito *ad hoc* dal programmatore e che non sanno (ammesso che qui il verbo "sapere" abbia senso) che cosa ci possa essere là fuori (e non sanno neppure di non saperlo: anche per noi esiste forse un *altrove* che ignoriamo di ignorare e dove forse in questo momento qualcuno si sta ponendo il problema della nostra creatività nel contesto di quell'*altrove*: forse la nostra legge di Keplero corrisponde a una legge fondamentale, a noi ignota, di quell'*altrove*...).

Dico esplicitamente che parlo delle macchine attuali: non sottoscrivo il dogmatismo di quanti affermano che l'intelligenza sia e sia per essere un patrimonio esclusivo degli uomini. Secondo la mia visione sistemica gli uomini non sono se non depositari momentanei e parziali dell'intelligenza e le macchine fanno già

¹¹ Due osservazioni ovvie: che il risultato delle due operazioni, umana e artificiale, sia, per un osservatore, lo stesso non autorizza certo a dire che le due operazioni siano le stesse ad ogni livello. Inoltre è chiaro che tutta la discussione si regge su un vuoto, poiché la definizione di creatività non è data: eppure non è una discussione priva di senso; e forse quella definizione non è data perché la natura sistemica della creatività non è compatibile con le nostre abitudini mentali riduzionistiche; l'alternativa, per evitare ogni tentazione ideologica, anzi ogni delirio metafisico, sarebbe quella di evitare l'uso di termini non definiti e di limitarsi alla descrizione puntuale di ciò che Bacon fa... ma sarebbe un'alternativa "povera."

parte del sistema comunicativo e cognitivo di cui fanno parte gli esseri umani: domani potrebbero diventare nodi molto attivi in questa retecognitiva e informazionale. Tuttavia ho la sensazione (e le sensazioni contano, per chi le prova: non tutto ciò che è importante è formalizzabile; ad esempio secondo Wittgenstein il giuoco dei giuochi, che è la cosa più importante, non sarebbe formalizzabile), ho la sensazione che le macchine saranno comunque nodi *diversi* dai nodi umani, perché diversa sarà stata la loro "storia naturale".

Quanto alle leggi di Keplero, esse per noi sono importanti perché riguardano i pianeti e ci consentono di lanciare satelliti e quant'altro (c'è una tendenza diffusa a dimenticare gli aspetti *pragmatici* o finalistici dell'intelligenza...). Invece perché possano essere importanti per Bacon non riesco proprio a immaginarlo. E in effetti Bacon ha la necessità di essere guidato dal programmatore nella ricerca delle leggi da dimostrare: il programmatore è il legame comunicativo tra Bacon e il resto del sistema pensante... Già, il programmatore, questo noioso *deus ex machina* che non si riesce ancora ad eliminare e che inquina il mondo conchiuso e quasi perfetto del sistema IA con la vertiginosa apertura su un mondo altro!

Ma perché era importante per Keplero, questa legge? La sua cultura (ancora una nozione sistemica) era diversissima dalla nostra: egli arrivò alla sua legge all'interno di un contesto metafisico di carattere mistico-matematico che contemplava un'armonia "necessaria" dell'universo. Keplero mescolava matematica e musica, tanto che apportò alcune piccole correzioni ai dati sperimentali di Brahe per adattarli alla sua visione a priori, che contemplava una strettissima relazione tra i moti dei pianeti e i rapporti armonici fondamentali.

Un astronomo posteriore (per esempio Newton) avrebbe scoperto quella legge in un ambito culturale diverso: e un astronomo a noi contemporaneo in un ambito ancora diverso. È chiaro che, in un senso sottile ma ineludibile, la legge scoperta da Keplero, quella scoperta ipoteticamente da Newton e quella scoperta dall'astronomo di oggi non sarebbero la "stessa" legge, anche se ci sarebbero delle corrispondenze molto forti.

Allora, chi ci autorizza a dire che Bacon ha scoperto "la terza legge di Keplero" e non la quinta regola del Gurdor o la quindicesima legge del mondo di Bacon? Per la cosiddetta "povertà dello stimolo", una formula matematica può interpretare un numero infinito di fenomeni reali, simulati, virtuali o immaginari. Nel mondo di Bacon esiste una sorta di "omologa" della terza legge di Keplero, ma l'omologia è stabilita da Simon, o da me, non certo da Bacon, che è *cieco*.

E se la creatività e l'intelligenza non fossero concetti "tutto o niente", bensì concetti sfumati, come la bellezza, la complessità ecc.? Forse esistono *vari gradi* di creatività, ed è per questo che (appunto in varia misura) quasi tutti gli esseri umani sono creativi... Forse nelle nostre argomentazioni siamo spesso troppo manichei: da una parte i buoni, dall'altra i cattivi... Adottando l'impostazione sistemica, la sfumatezza della creatività e dell'intelligenza diviene quasi ovvia.

Nella frase "gli uomini sono creativi" si annidano molte ambiguità, tuttavia sappiamo che cosa essa significa, proprio perché (tautologicamente) siamo creativi e siamo animati da una strenua volontà di cooperazione comunicativa. Ma le ambiguità restano: se dico "io sono creativo" che cosa intendo? Che sono creativo oggi anche se da cinque anni e sei mesi non scopro più un teorema di matematica e non scrivo più un racconto? Oppure intendo dire che *sono stato* creativo (e non lo sono più)? La creatività è una caratteristica intrinseca del sistema o della sua attività? Creativo una volta, creativo per sempre?

Mi accorgo che questo paragrafo è fitto di domande (e non certo tutte retoriche) Ciò potrebbe apparire sconsigliato: per me invece è motivo di entusiasmo, perché significa che ci sono molte cose che ignoriamo e che c'è spazio per la scoperta.

1.5 I matematici di silicio

Cerchiamo ora di mettere insieme i vari pezzi del mosaico: uomo, matematica e calcolatore. Non m'illudo di poter fare chiarezza sull'essenza della matematica: nata storicamente per esigenze pratiche e poi divenuta via via più astratta, essa ha cominciato a vivere una vita in apparenza indipendente da tutto il resto. È come una nube immateriale che si libra al disopra del mondo terreno e che da esso sembra del tutto distaccata. Ma che accadrebbe se tutti gli uomini sparissero? Continuerebbe quella nube a esistere in qualche senso del verbo esistere? O non svanirebbe come svanisce la coscienza o lo spirito di colui che muore? Dobbiamo attribuire anche alla matematica una sorta di immortalità simile a quella che certe filosofie e religioni attribuiscono all'anima? Questo punto di vista d'impronta platonica sarebbe sostenibile anche se la matematica fosse fatta da entità diverse dagli uomini, per esempio dai calcolatori? E quale matematica inventerebbero (o scoprirebbero) i calcolatori? Le contingenze storiche sono irrilevanti, e la matematica è indipendente e preesistente alla sua scoperta? E prima dell'origine dell'universo dove stava questa matematica? Nella mente di Dio? ¹²

Quanto a domande anche questo paragrafo, a quanto pare, non scherza...S'intuisce che procedendo su questa strada l'intreccio tra Dio e la matematica diventa subito inestricabile: chi fa matematica, infondo farebbe teologia e con le nostre limitate capacità attingeremmo Dio nella misura in cui attingiamo le "verità" matematiche...Ma allora l'ineffabile, di cui parlano i mistici, dove va collocato?...Forse conviene lasciare ad altri queste speculazioni così ardite e affrontare la natura "paradossale" della matematica da una posizione laica o agnostica, se non addirittura ateistica.

Il problema del rapporto tra matematica e scopritore o inventore si pone intermini inediti e urgenti se è vero, come alcuni sostengono, che i matematici del prossimo futuro saranno i calcolatori. Già oggi, come si è accennato, le macchine sono diventate potenti ausili nella ricerca matematica e certe dimostrazioni, che richiedono una massa enorme di calcoli, sono state eseguite grazie a queste macchine.¹³ Non solo, ma il

¹² Queste domande si possono moltiplicare. Per esempio quanto aggiunge alla situazione *ontologica* di un teorema il fatto di essere capito? E inoltre: chi è il soggetto di questa comprensione? E come varia questo soggetto nel corso della storia? Può essere un soggetto collettivo? Nell'epoca delle reti globali quest'ultima domanda può essere rilevante. E ancora: qual è il corrispettivo dell'apprendimento all'*interno* della matematica? Cioè gli enti matematici subiscono qualche modifica quando sono appresi? La domanda non è peregrina: la matematica ha sempre un supporto materiale, da cui non può essere separata e con cui interagisce profondamente. Se dunque il supporto si modifica in seguito all'apprendimento non si possono escludere a priori modifiche nei concetti. Non esisterebbero dunque concetti "in sè" ma solo "concetti nel cervello di Tizio" o "concetti nel cervello di Caio" in un certo momento della loro vita. Si veda anche la Nota ¹⁰

¹³ La dimostrazione della "congettura dei quattro colori", per esempio, compiuta nel 1976 da Kenneth Appel e Wolfgang Haken. Secondo questa congettura, bastano quattro tinte diverse per colorare una carta geografica, anche infinita, in modo che paesi confinanti non abbiano mai lo stesso colore. Fino a un certo punto la dimostrazione di Appel e Haken era tradizionale, cioè procedeva con una serie di passaggi logici che portavano a una conclusione; e la conclusione era che la congettura poteva essere ricondotta alla sua verifica diretta per circa 2000 carte diverse. A questo punto fu allestito un programma che consentì di compiere la verifica, altrimenti proibitiva, in un migliaio di ore di calcolo. Molti matematici tradizionali non accettano questa

controllo di queste dimostrazioni può a sua volta essere eseguito solo da altri calcolatori. Alcuni ricercatori hanno perfino cominciato a proporre dimostrazioni al calcolatore che sono vere non con la certezza assoluta che garantiscono le dimostrazioni classiche, euclidee, ma solo con una certa probabilità, sia pure elevatissima.

Altri ancora ritengono che le dimostrazioni classiche siano sempre meno convincenti e facciano sempre meno presa sui giovani, sicché propongono di sostituire "dimostrazioni video" a pagine e pagine di formule. Insomma si preannuncia un mondo in cui coloro che faranno matematica senza fare dimostrazioni saranno sempre più numerosi, con grande scandalo dei tradizionalisti.

Anche se molti matematici sono gelosi della loro "purezza" e considerano i calcolatori barbari invasori del sacro suolo della loro disciplina, sempre più frequenti sono i cedimenti alle lusinghe della macchina. Del resto certi settori, come la dinamica non lineare, il caos deterministico, gli automi cellulari e i frattali non potrebbero essere studiati (o non sarebbero stati scoperti) senza l'ausilio dei calcolatori.

Tutto ciò sembra portare la matematica verso un futuro problematico, in cui conservatori e innovatori si affronteranno senza esclusione di colpi e in cui le macchine potrebbero ereditare le funzioni degli uomini.¹⁴ È vero che le operazioni dei calcolatori si basano sull'impiego dei numeri interi e che di conseguenza le approssimazioni sono inevitabili e gli arrotondamenti possono portare facilmente a risultati sbagliati, ma ciò non sembra spaventare gli innovatori: in fondo anche gli esseri umani sbagliano, e in ogni altro campo della scienza gli sperimentali sono più numerosi dei teorici. Perché non dovrebbe essere così anche in matematica? Perché la matematica non dovrebbe recuperare il carattere empirico che ha presieduto alla sua nascita?

In fondo l'ossessione della dimostrazione rigorosa, di tradizione euclidea, ha impedito finora di dissodare i nuovi vasti domini accessibili ai calcolatori. Gli innovatori insomma spingono sul pedale dell'audacia e questa loro posizione è confortata dall'insuccesso che incontrò nella prima metà del Novecento il tentativo di Hilbert, che mirava a costruire un edificio teorico formale che racchiudesse tutta la matematica e che fosse autoreferenziale, cioè non avesse nessun punto di contatto con l'esterno. I teoremi di Gödel, contro cui s'infranse il sogno di Hilbert, in un certo senso gettarono un ponte tra la matematica e il mondo, anzi confermarono l'esistenza di questo ponte, che era sempre esistito e che i formalisti volevano abbattere.

In questo spirito, alcuni ritengono che i matematici dimostrino i teoremi in un contesto sociale, ricorrendo a tecniche e a conoscenze di tipo storico e culturale e basate su una sorta di consenso maggioritario. Che la matematica si riduca alle dimostrazioni formali è un'idea recente, che si è formata nel XX secolo forse a causa di posizioni simili a quelle di Hilbert, ma è un'idea senza basi molto solide. Anzi è più facile che gli errori si annidino nelle dimostrazioni formali che in quelle dove si fa appello all'intuizione, e ciò sembra tanto più vero quanto più le dimostrazioni sono lunghe e complesse. All'inizio del Novecento quasi tutti i teoremi noti erano piuttosto brevi, erano opera di un unico autore e si potevano padroneggiare più o meno come si padroneggia il teorema di Pitagora. Oggi vi sono teoremi lunghi decine se non centinaia di pagine, che nessuno, neppure l'autore, riesce a dominare. Può anche darsi che questa tendenza all'allungamento e alla complicazione sia inevitabile e sia la conseguenza di una circostanza sorprendente: le verità matematiche che gli esseri umani possono dimostrare sarebbero piccole isole in un vasto oceano di risultati che non possono essere dimostrati dal

dimostrazione.

¹⁴ Si veda il racconto *Le cinque lapidi*, nel volume *Il fuoco completo*, di G. O. Longo, Mobydick, Faenza, 2000.

solo pensiero umano, e che richiedono esperimenti, dimostrazioni probabilistiche, calcoli impervi e altri supporti che snaturerebbero la nozione di dimostrazione classica. Addirittura potrebbe capitare che un giorno le macchine riuscissero a fare una matematica che gli uomini non potrebbero più capire, come oggi gli uomini fanno una matematica che le scimmie, a quanto pare, non capiscono.

Per concludere, chiediamoci se i calcolatori riusciranno mai a sostituire i matematici. Alcuni sostengono di aver già costruito programmi capaci di fornire risultati importanti e anche di risolvere problemi che hanno sfidato per anni i ricercatori. Altri obiettano che nessuno di questi risultati è davvero significativo e che comunque i calcolatori mancano di intenzionalità inventiva e di senso. Del resto il premio Leibniz, 100 000 dollari messi a disposizione del primo programma capace di formulare un teorema che abbia un "profondo effetto" sulla matematica, ancora non è stato assegnato.

Non c'è dubbio che prima o poi le macchine riusciranno a superarci in abilità matematica, ma come si è messo in rilievo nel § 4, il punto non sarà solo la capacità simbolica e manipolativa del calcolatore o la sua indiscussa forza deduttiva, ma anche la *rilevanza* e il *sensò* dei risultati ottenuti. Un'ultima osservazione, che può essere sconcertante per chi ama il bello nella scienza: pare che l'avvento del calcolato restia mettendo in crisi anche gli aspetti *estetici* della matematica, ai quali molti grandi ricercatori hanno dedicato e dedicano molta attenzione.

Pare che chi usa le macchine per fare matematica sia molto meno sollecito della bellezza dei risultati e la subordini completamente ai fini pratici.

Bibliografia

- Bateson, Gregory, *Verso un'ecologia della mente*, Adelphi, Milano, 1976.
- *Mente e natura*, Adelphi, Milano, 1984.
- Casati, Giulio (a cura di), *Il caos*, Le scienze, 1991.
- Emmer, Michele, *La perfezione visibile*, Theoria, Roma, 1991.
- Horgan, John, *Morte della dimostrazione*, Le Scienze, n. 304, dicembre 1993.
- Legrenzi, Paolo, *Come funziona la mente*, Laterza, Roma-Bari, 1998.
- Lolli, Gabriele, *Morte e resurrezione della dimostrazione*, Le Scienze, n. 345, maggio 1997.
- Longo, Giuseppe O., *Quella macchina è incosciente*, La Rivista dei Libri, n. 6, settembre 1991.
 - *Dal Golem a Gödel e ritorno*, Nuova Civiltà delle Macchine, XII, n. 4 (48), 1994; ristampato in *Macchine e automi*, CUEN, Napoli, 1995.
 - voce "Informatica", *Dizionario delle Scienze fisiche*, Istituto per l'Enciclopedia Italiana, 1995.
 - *Homo Technologicus: Tecnologia ed evoluzione*, Nuova Civiltà delle Macchine, XIV, n. 1-2, 1996.

- *Tautologia e informazione in matematica*, in "Matematica e Cultura", Atti del Convegno di Venezia, 1997, a cura di Michele Emmer, suppl. a Lettera
- *Matematica Pristem 27-28*, Springer Verlag, Milano, 1998.
- *Il nuovo Golem*, Laterza, Roma-Bari, 1998.
- *Nel mare dell'iperletteratura si sente solo unanonimo brusio*, Telèma, V, n. 17/18, estate-autunno 1999.
- *Per Bacon Bacon!*, Lettera Matematica Pristem, n. 32, giu 1999.
- *Mente e tecnologia*, Pluriverso, anno IV n. 4 e V n. 1, ott. 1999-marzo 2000.
- Losano, Mario G., *La macchina analitica*, Etas Kompas, Milano, 1973.
- Manghi, Sergio, *Il gatto con le ali*, Feltrinelli, Milano, 1990, pagg.38-39.
- McCulloch, Warren, *Embodiments of Mind*, The MIT Press, Cambridge-London, 1970.
- Peigten, H.-O. e P. H. Richter (a cura di), *La bellezza dei frattali*, Bollati Boringhieri, Torino, 1987.
- Peitgen, H. O., H. Jürgens, D. Saupe, C. Zahlten, *I frattali*, videocassetta, Le Scienze-Mondadori, 1991.
- Searle, John, *La mente è un programma?*, Le Scienze, n. 259, marzo 1990.
- Thom, René, *Stabilità strutturale e morfogenesi*, Einaudi, Torino, 1980.
- Zanarini, Gianni, *L'emozione di pensare*, CLUP-CLUED, Milano, 1985.