

## Frazioni con denominatore sette

**Salve**, il mio nome è Tommaso Spremolla, sono un ragazzo di tredici anni e frequento la classe seconda media della scuola secondaria di primo grado "L. Da Vinci" di Rufina (FI).

La domanda che volevo porvi era:

Svolgendo dei lavori con le frazioni ci siamo accorti che tutte le frazioni (proprie e improprie) aventi per denominatore sette, una volta effettuata la divisione tra numeratore e denominatore, il quoziente era una cifra che presentava sempre le stesse cifre decimali ma in ordine sparso. C'è un motivo matematico o scientifico? Se c'è mi piacerebbe scoprirlo, fatemi risapere al più presto. Arrivederci.

### RISPOSTA:

Innanzitutto osserviamo che basta considerare le frazioni:  $1/7, 2/7, \dots, 6/7$ . Tutte le altre frazioni si possono scrivere come una parte intera più una di queste, che è quella che dà la parte decimale; ad esempio:

$$26/7 = (21 + 5)/7 = 21/7 + 5/7 = 3 + 5/7$$

Osserviamo adesso la divisione di  $1/7$ :

$$\begin{array}{r} 1,0 \\ 30 \\ 20 \\ 60 \\ 40 \\ 50 \\ 10 \\ \cdot \\ \cdot \end{array} \quad \begin{array}{l} 7 \\ \hline 0,1428571\dots \end{array}$$

Il sette nell'uno sta 0 volte, metto uno zero e il sette nel 10 sta 1 volta e avanza 3, nel 30 sta 4 volte e avanza 2, nel 20 sta 2 volte e avanza 6... E continuo a questo modo fino a che non trovo resto 1 e la divisione si ripeterebbe, dando il gruppo del periodo: 142857.

Osserviamo che in questa divisione appaiono come resti TUTTE le cifre da 1 a 6; quindi quando consideriamo una delle altre possibili frazioni, ad esempio  $6/7$ , la divisione che otterremo sarà come questa, solo che inizia dal "60" e continua fino a ritrovare "60", ma otterremo la stessa catena di resti, solo con inizio dal 6 (e quindi con inizio dall'8 nelle cifre decimali: "il 7 sta 8 volte nel 60 con resto di 4").

Quindi in  $6/7$  la catena delle cifre decimali viene: 857142...

Per ognuna delle frazioni la catena dei decimali viene da quella di  $1/7$ : 142857142857..., ma iniziate in un altro punto!