

Risposta alla domanda "ISOLANTE E CONDUTTORE"

La domanda e' rilevante e merita una risposta dettagliata. Come guida all'argomentazione consideriamo un sistema semplice: una sferetta conduttrice di raggio R con carica Q immersa in un dielettrico omogeneo e isotropo di costante dielettrica ϵ .

Fuori dalla sfera sappiamo che il campo elettrico e' lo stesso che si avrebbe se la sferetta fosse puntiforme, cioe'

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{Q}{4\pi\epsilon r^3} \vec{r} \quad (1)$$

dove \vec{r} e' la distanza dal centro ed ϵ la costante dielettrica del mezzo, $\epsilon = \epsilon_0\epsilon_r$. Il campo elettrico appena fuori della sfera e' radiale, cioe' perpendicolare alla superficie, e ha modulo

$$E = \frac{Q}{4\pi R^2\epsilon} \quad (2)$$

Per ragioni di simmetria la carica e' distribuita uniformemente sulla sfera e percio' $\frac{Q}{4\pi R^2} = \sigma$ densita' di carica superficiale, e quindi

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} \quad (3)$$

che e' l'oggetto della domanda. Si vede dall'argomento sviluppato sopra che la ragione per la presenza della costante dielettrica del mezzo e' la stessa per cui ϵ , e non ϵ_0 , compare nella legge di Coulomb in un mezzo dielettrico.

Il meccanismo fisico e' che il mezzo si polarizza: le molecole del dielettrico sono individualmente neutre, ma si possono schematizzare come dipoli, cioe' come coppie di cariche opposte $\pm e$ poste a una distanza \vec{d} tra di loro. In assenza di campo esterno i dipoli sono orientati a caso e il loro momento $\vec{p} \equiv e\vec{d}$ si media a zero. In presenza di campo esterno i dipoli tendono ad orientarsi parallelamente al campo e si determina un momento di dipolo per unita' di volume \vec{P} che e' proporzionale al campo elettrico

$$\vec{P} = \chi\vec{E}. \quad (4)$$

χ e' una costante che dipende dalla struttura del mezzo nota come suscettivita' dielettrica,

Se, per fissare le idee, la sfera ha carica Q positiva essa attrae l'estremita' negativa dei dipoli e respinge quella positiva. Il risultato netto e' un sottile strato di cariche negative sulla superficie della sfera di densita' superficiale P , e quindi una carica effettiva minore. E' questo il senso della Eq(1): in effetti $\epsilon_r \geq 1$.

Lo stesso fenomeno si ha in un condensatore piano. Il campo elettrico nel condensatore e' uniforme, perpendicolare alle facce e ha modulo $E = \frac{\sigma}{\epsilon}$. La differenza di potenziale tra le facce e' quindi $V = l.E = \frac{\sigma l}{\epsilon} = \frac{Ql}{S\epsilon}$ e di conseguenza la capacita' $C = \frac{Q}{V}$ e' data da

$C = \frac{\epsilon S}{l}$, anche questo un risultato noto. S e' la superficie delle facce, l la distanza tra di esse. In questo caso la dipendenza da ϵ_r della carica superficiale si manifesta come dipendenza da ϵ_r della capacita'.

Nella notazione tradizionale il campo prodotto dalle cariche "vere" sul conduttore, al netto della polarizzazione, cioe' quello della Eq(1) con ϵ rimpiazzato da ϵ_0 si indica con \vec{D} e si chiama vettore di induzione elettrica. Si vede dall'Eq(1) che

$$\vec{D} = \epsilon_r \cdot \vec{E} \quad (5)$$

D'altra parte $\vec{D} - \vec{P} = \vec{E}$ e, confrontando con l'Eq. (4)

$$\epsilon_r = 1 + \chi \quad (6)$$

Nel vuoto $\chi = 0$ e quindi $\epsilon_r = 1$. Una osservazione sulla domanda: se la conduttività è molto grande (conduttore perfetto) il campo elettrico è discontinuo alla superficie : è zero all'interno ed è dato dalla Eq(3) all'esterno: il campo di cui si sta discutendo è il limite del campo esterno quando la distanza dal conduttore tende a zero: è per questo che le proprietà del dielettrico sono rilevanti.